Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант (ФИНАЛЬНЫЙ ПРОБНИК)

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

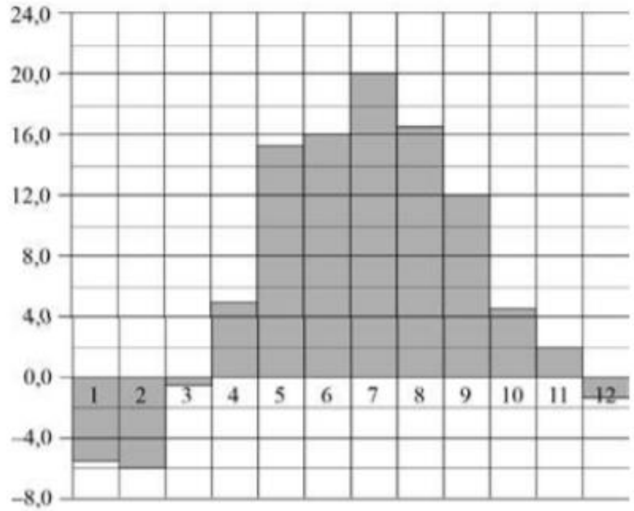
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Вклад, положенный в сбербанк два года назад, достиг суммы, равной 1312,5 тысяч рублей. Каков был первоначальный вклад при 25% годовых?

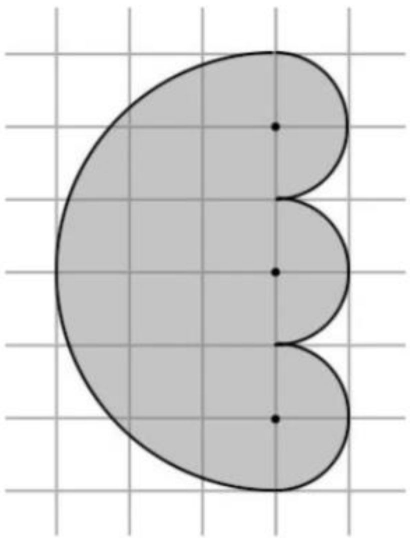
Ответ: ______________________.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: ______________________.

3. На клетчатой бумаге изображен с размером клетки 1 см х 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



Ответ: ______________________.

4. В кармане у Баратино 5 золотых и 6 серебряных монет. Все монеты одинаковы по форме и размеру. Буратино, не глядя, вынимает из кармана 5 монет. Найдите вероятность того, что все эти монеты золотые. Результат округлите до тысячных.

Ответ: ______________________.

5. Решите уравнение:

$$\log_2 x\cdot\log_3 x\cdot\log_5 x=\log_2 x\cdot\log_3 x+\log_2 x\cdot\log_5 x+\log_3 x\cdot\log_5 x$$

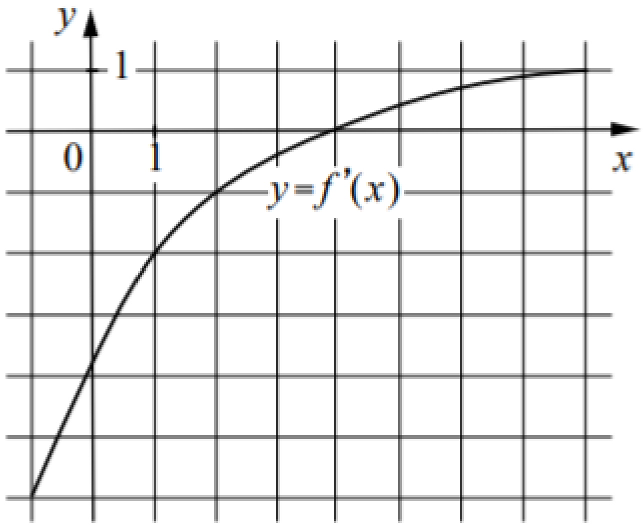
В ответе укажите наименьший корень.

Ответ: ______________________.

6. Найдите площадь трапеции, параллельные стороны которой равны 16 и 44 см, а непараллельные – 17 и 25 см.

Ответ: ______________________.

7. На рисунке изображен график функции $y=f'(x)$ - производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y=6-2x$ или совпадает с ней.



Ответ: ______________________.

8. Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 6, 10 и 14 см. Каждое из боковых ребер пирамиды наклонено к плоскости основания под углом 45^0. Найдите объем пирамиды.

Ответ: ______________________.

Часть 2

9. Вычислите: $56tg\left(\frac{\beta}{2}-2\alpha\right)$, если $tg\alpha=-\frac{2}{3}$, $\sin\beta=-\frac{24}{25}$, $\frac{3\pi}{2}<\beta<2\pi$.

Ответ: ______________________.

10. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y=ax^2+bx$, где $a=-\frac{1}{100}$ м$^{-1}$, $b=\frac{4}{5}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 6 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

Ответ: ______________________.

11. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: ______________________.

12. Найдите точку максимума функции $y=(x-14)^2\cdot e^{26-x}$.

Ответ: ______________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\cos\frac{x}{2}\sin\frac{3x}{2}=4\sin^2(\pi+x)\cos^2(\pi-x)-\sin\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi;3\pi]$

14. В правильном тетраэдре SABC точка M – середина ребра AB, а точка N расположена на ребре SC так, что $SN:NC=3:1$.

а) Докажите, что плоскости SMC и ANB перпендикулярны.

б) Найдите длину отрезка MN, если длина ребра AB равна 8.

15. Решите неравенство:

$$\log_2(4-x)^2+2\log_2(2x-1)\le 4\log_2 3$$

16. В равнобедренной трапеции ABCD длины оснований AD и BC соответственно равны 4 и 3. Точки M и N лежат на диагонали BD, причем точка M расположена между точками B и N, а отрезки AM и CN перпендикулярны диагонали BD.
а) Докажите, что BN : DM = 3 : 4.
б) Найдите длину отрезка CN, если известно, что $BM:DN=2:3$.

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 480 тысяч рублей на 27 месяцев. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа первые два месяца и последний долг должен уменьшиться на ***m*** тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на **n** тысяч рублей.

Найдите отношение $\frac{m}{n}$, если всего было выплачено банку 656,4 тысяч рублей?

18. Найдите все положительные значения параметра, а, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(|x|+|y|-10)\cdot(9-|xy|)=0\\ x^2+y^2=a^2\end{cases}$$

имеет не менее 12 решений.

19. В океанариуме каждой акуле дают 2,5 кг рыбы, мурене – 0,2 кг, скату – 1,5 кг ежедневно. Известно, что в среднем у каждой акулы бывает ежедневно 260 посетителей, у каждой мурены – 21, у каждого ската – 150. Все эти животные есть в океанариуме.

а) Какое число посещений будет у этих животных, если ежедневно в океанариуме им дают 6,5 кг рыбы?

б) Может ли ежедневно распределяться 18,4 кг рыбы, если известно, что за 1 день у этих животных было больше 2000 посещений?

в) Каким может быть наибольшее ежедневное число посещений, если океанариум ежедневно распределяет между ними 7 кг рыбы?