

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 9

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

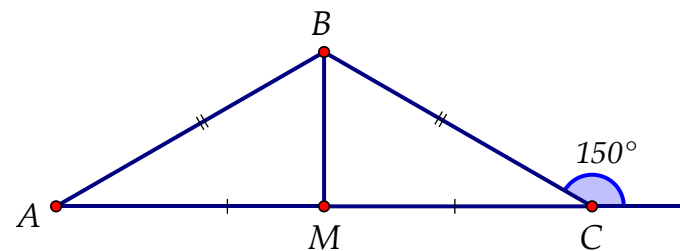
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC известно, что  $AB = BC = 20$ . Внешний угол при вершине C равен  $150^\circ$ . Найдите длину медианы BM треугольника ABC.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Найдите угол  $CBD_1$  прямоугольного параллелепипеда, у которого  $AB = 3$ ,  $AD = 2$ ,  $AA_1 = \sqrt{3}$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В урне 3 белых и 5 черных шаров. Из урны наугад вынимают два шара. Найдите вероятность того, что эти шары разного цвета. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Для отказа устройства достаточно отказа одного из четырех его элементов. Найдите вероятность отказа устройства, если вероятности отказов его элементов соответственно равны 0,3; 0,4; 0,6; 0,7. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

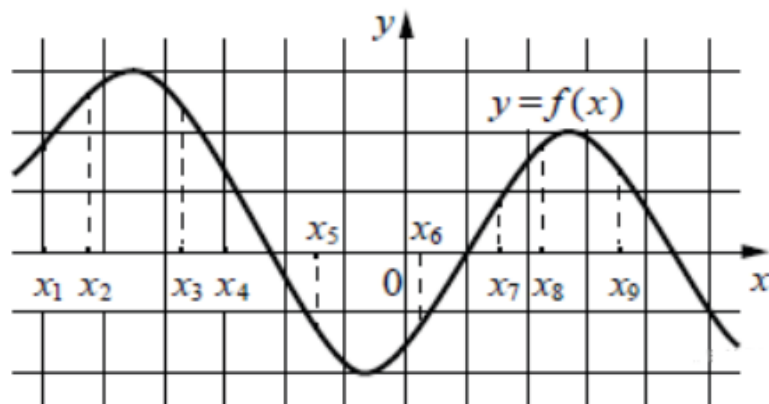
5. Решите уравнение  $\sqrt{35-2x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите  $\frac{3a+8b}{a+6b}$ , если  $\frac{a}{b} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y=f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, \dots, x_9$ . Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции  $y=f(x)$  отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого

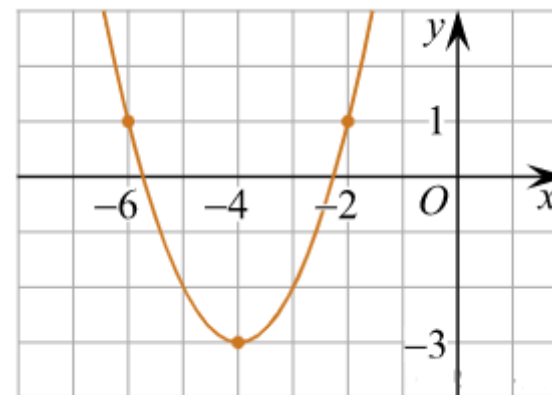
двигателя будет 20%, если температура холодильника  $T_2 = 336$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Первая труба наполняет резервуар на 36 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 24 мин. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображены графики функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a, b$  и  $c$  — целые. Найдите  $f(-12)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку минимума функции  $y = x\sqrt{x} - 12x + 35$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(-x)$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

13. В правильном тетраэдре  $ABCD$  точка  $H$  — центр грани  $ABC$ , а точка  $M$  — середина ребра  $CD$ .

а) Докажите, что прямые  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны.

б) Найдите угол между прямыми  $DH$  и  $BM$ .

14. Решите неравенство:  $\frac{x^2 - 12}{x} - \frac{3x}{x^2 - 12} < -2$

15. Михаил взял в банке кредит по ставке 20% годовых. Выплата по кредиту осуществляется раз в год (после начисления процентов) суммой 432000 рублей. Какую сумму (в рублях) взял в банке Михаил, если он выплатил весь долг за 3 года?

16. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  точка  $M$  — середина катета  $AC$ ,  $CH$  — высота. Через точки  $M$ ,  $C$  и  $H$  провели окружность, которая пересекает катет  $BC$  в точке  $N$ .

а) Докажите, что  $N$  — середина  $BC$ .

б) Найдите отношение площадей треугольников  $CHN$  и  $AMH$ , если

$$\cos \angle CMH = \frac{2}{5}.$$

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$\sqrt{x-8} = -ax + 3a + 2$$

имеет единственное решение.

18. На доске было написано 35 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньше первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стерли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.