

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 12

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!**Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

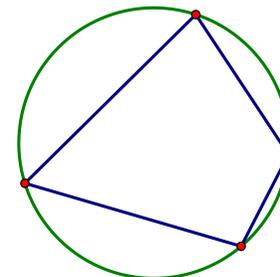
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

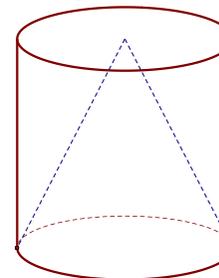
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 72° и 39° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2. Цилиндр и конус имеют общие основания и высоту. Объем конуса равен 54. Найдите объем цилиндра.



Ответ: _____.

3. Их множества натуральных чисел от 11 до 35 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 7?

Ответ: _____.

4. На фабрике по производству стеклянной посуды 5% произведенных блюдечек имеют дефект. При контроле качества выявляется 40% дефектных блюдечек, а остальные поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранное при покупке блюдечке не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

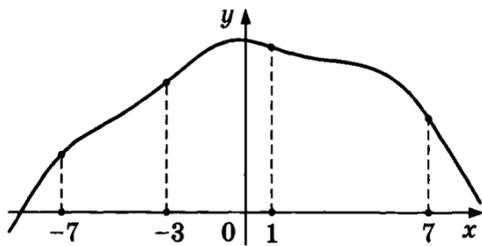
Ответ: _____.

5. Решите уравнение $(x - 1)^3 = 125$

6. Найдите значение выражения $\frac{12\cos 17^\circ}{\sin 73^\circ}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-7, -3, 1, 7$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

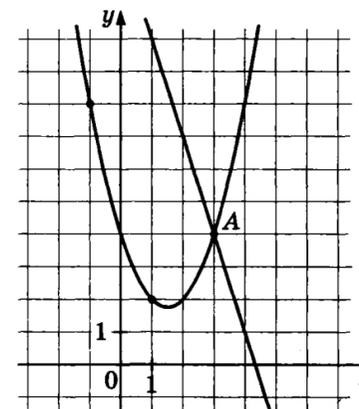
8. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин) – время, прошедшее от начального момента, T (мин) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 200$ мг. Период его полураспада $T = 4$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг.

Ответ: _____.

9. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -3x + 13$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = -24 + \frac{31\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{31\sqrt{3}}{2}x - 31\cos x$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sin\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(7\pi + x) = 0$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

13. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 5$.

а) Найдите длину отрезка A_1K , где K – середина BC .

б) Найдите тангенс угла между плоскостями B_1CA_1 и BB_1C_1 .

14. Решите неравенство:

$$\log_4(x^2 - 4) \cdot (\log_{16}(x - 2) + \log_{16}(x + 2)) \geq 2$$

15. В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тыс. рублей на 12 лет. Условия его возврата таковы:

– каждый январь с 2024 по 2029 год долг возрастает на 18% по сравнению с концом предыдущего года;

– каждый январь с 2030 по 2035 год долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат (в тыс.руб.) после полного погашения кредита.

16. В квадрате $ABCD$ точки P и Q – середины сторон AB и BC соответственно. Отрезки CP и DQ пересекаются в точке F .

а) Докажите, что $\angle BFP = 45^\circ$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABF , если $AB = 2\sqrt{7}$

17. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left|x^2 - 4ax + 3a^2\right| = \left|x - a\right|\sqrt{x + 9a^2 - 6a}$$

имеет ровно два различных корня.

18. Пусть n и m – натуральные числа. Дробь $\frac{n}{m}$ будем называть

волшебной, если ее можно представить в виде суммы нескольких различных дробей, в числителе каждой из которых стоит 1, а в знаменателе – некоторое натуральное число, или если $n = 1$.

а) Является ли дробь $\frac{19}{75}$ «волшебной»?

б) Сколько существует натуральных чисел m , для которых количество способов представить дробь $\frac{1}{m}$ в виде суммы «волшебных»

дробей меньше 2023? Все дроби в отдельно взятой сумме должны быть различными, а суммы, отличающиеся друг от друга только порядком слагаемых, считаются одним способом.

в) Существует ли дробь с натуральным числителем и натуральным знаменателем, которая не является «волшебной»?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.