

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 12

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

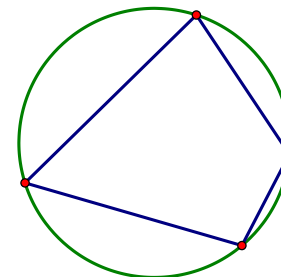
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

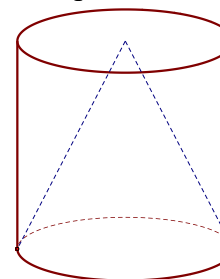
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $72^\circ$  и  $39^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Цилиндр и конус имеют общие основания и высоту. Объем конуса равен 54. Найдите объем цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Их множества натуральных чисел от 11 до 35 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 7?

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. На фабрике по производству стеклянной посуды 5% произведенных блюдец имеют дефект. При контроле качества выявляется 40% дефектных блюдец, а остальные поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранное при покупке блюдо не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

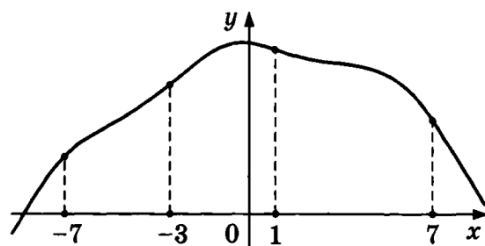
Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $(x - 1)^3 = 125$

6. Найдите значение выражения  $\frac{12\cos 17^\circ}{\sin 73^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7, -3, 1, 7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

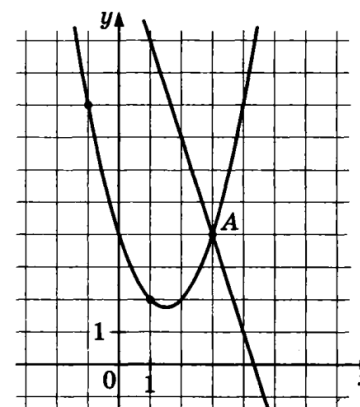
8. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) — начальная масса изотопа,  $t$  (мин) — время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 200$  мг. Период его полураспада  $T = 4$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -3x + 13$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = -24 + \frac{31\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{31\sqrt{3}}{2}x - 31\cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sin\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(7\pi + x) = 0$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

13. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона основания  $AB = 8\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $AA_1 = 5$ .

а) Найдите длину отрезка  $A_1K$ , где  $K$  – середина  $BC$ .

б) Найдите тангенс угла между плоскостями  $BCA_1$  и  $BB_1C_1$ .

14. Решите неравенство:

$$\log_4(x^2 - 4) \cdot (\log_{16}(x - 2) + \log_{16}(x + 2)) \geq 2$$

15. В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 1200 тыс. рублей на 12 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь с 2024 по 2029 год долг возрастает на 18% по сравнению с концом предыдущего года;
- каждый январь с 2030 по 2035 год долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат (в тыс.руб.) после полного погашения кредита.

16. В квадрате  $ABCD$  точки  $P$  и  $Q$  – середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Отрезки  $CP$  и  $DQ$  пересекаются в точке  $F$ .

а) Докажите, что  $\angle BFP = 45^\circ$ .

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABF$ , если  $AB = 2\sqrt{7}$

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$|x^2 - 4ax + 3a^2| = |x - a|\sqrt{x + 9a^2 - 6a}$$

имеет ровно два различных корня.

18. Пусть  $n$  и  $m$  – натуральные числа. Дробь  $\frac{n}{m}$  будем называть

волшебной, если ее можно представить в виде суммы нескольких различных дробей, в числителе каждой из которых стоит 1, а в знаменателе – некоторое натуральное число, или если  $n = 1$ .

а) Является ли дробь  $\frac{19}{75}$  «волшебной»?

б) Сколько существует натуральных чисел  $m$ , для которых количество способов представить дробь  $\frac{1}{m}$  в виде суммы «волшебных»

дробей меньше 2023? Все дроби в отдельно взятой сумме должны быть различными, а суммы, отличающиеся друг от друга только порядком слагаемых, считаются одним способом.

в) Существует ли дробь с натуральным числителем и натуральным знаменателем, которая не является «волшебной»?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.