

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 13

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!**Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

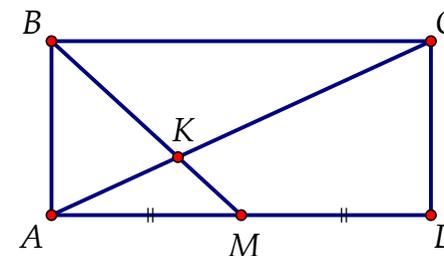
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Стороны прямоугольника $AB = 9$ и $BC = 24$. Точка M – середина стороны DA . Отрезки AC и MB пересекаются в точке K . Найдите BK .



Ответ: _____.

2. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен $3\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

3. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Найдите вероятность того, что решка выпала не более двух раз.

Ответ: _____.

4. Помещение освещается фонарем с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,04. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: _____.

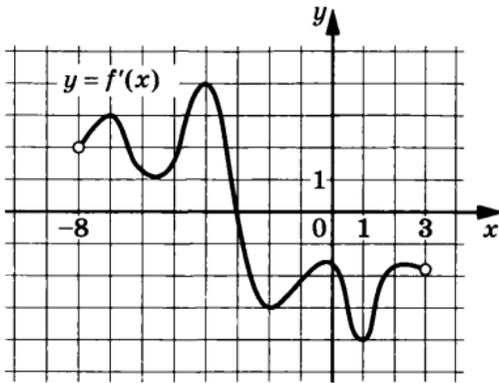
5. Решите уравнение $\log_3(14 - x) = 2\log_3 5$

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\log_6 540 - \log_6 2,5$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-5; 0]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

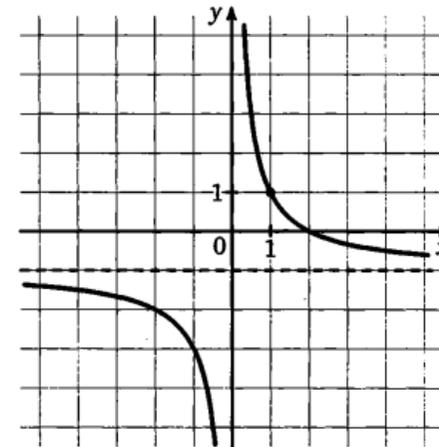
8. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

Ответ: _____.

9. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 1% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите значение выражения $k + a$.



Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 3x + 12$ на отрезке $[6; 18]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$

13. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AD = 12$, а высота равна 3. На ребрах AB , CD , AS отмечены точки E , F и K соответственно, причем $AE = DF = 4$, $AK = 3$.

а) Докажите, что плоскости KEF и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC .

14. Решите неравенство:

$$2^x \cdot \log_2 x + 8 \geq \log_2 x^8 + 2^x$$

15. В мае 2018 года был взят кредит в банке на четыре года. Возврат кредита осуществляется по следующей схеме.

1 января каждого года долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года, после чего до 15 июня необходимо выплатить часть долга одним платежом. При этом 16 июня 2019 года долг должен составлять 0,8 от суммы кредита; 16 июня 2020 года долг должен составлять 0,6 от суммы кредита; 16 июня 2021 года долг

должен составлять 0,4 от суммы кредита; 16 июня 2022 года долг должен быть выплачен полностью.

На какую сумму (в рублях) был взят кредит, если последняя выплата больше первой на 80000 рублей?

16. На сторонах AC , AB и BC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C вне треугольника ABC построены равнобедренные прямоугольные треугольники AKC , ALB и BMC с прямыми углами K , L и M соответственно.

а) Докажите, что LC – высота треугольника KLM .

б) Найдите площадь треугольника KLM , если $LC = 6$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любой из корней уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяет неравенству $|x| < 1$.

18. На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно сумме цифр первого, а третье равно сумме цифр второго.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 2022?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 2021?

в) В тройке чисел первое число трехзначное, а третье равно 2. Сколько существует таких троек?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.