

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 14

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

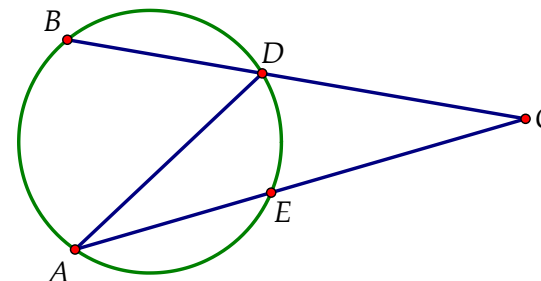
Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Из точки C, лежащей вне окружности, к ней проведены секущие CDB и CEA. Известно, что $\angle ACB = 31^\circ$, а дуга AB, не содержащая точки D, равна 104° . Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2. Ребра прямоугольного параллелепипеда равны 2, 3 и 5. Найдите площадь его поверхности.

Ответ: _____.

3. При контроле качества мебельных щитов на деревообрабатывающем комбинате 31% щитов определяется во второй сорт, 5% щитов отбраковывается. Остальные щиты продаются как первый сорт. Найдите вероятность того, что случайно выбранный новый щит окажется первого сорта.

Ответ: _____.

4. Всем пациентам с подозрением на одну из тропических лихорадок делают анализ крови. Если анализ выявляет возбудителя лихорадки, то результат анализа называется положительным. У больных лихорадкой пациентов анализ дает положительный результат с вероятностью 0,9. Если лихорадки нет, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что у пациентов, поступающих с подозрением на лихорадку, анализ оказывается положительным в 19,6% случаев. Найдите вероятность того, что поступивший с подозрением пациент действительно болен этой лихорадкой.

Ответ: _____.

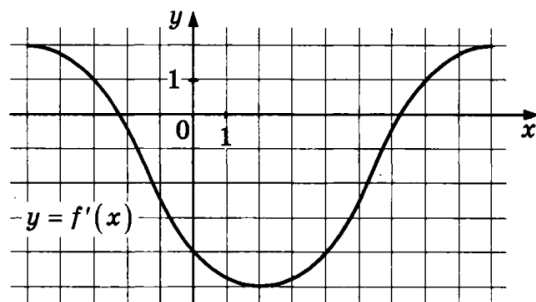
5. Решите уравнение $\sqrt{-3-x} \cdot \sqrt{4-3x} = 4$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{3\cos 2^\circ}{\sin 44^\circ \cdot \sin 46^\circ}$

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 8 - 5x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8. На рельсах стоит платформа. Скейтбордист прыгает на нее со скоростью $v = 5$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью

$$u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha,$$

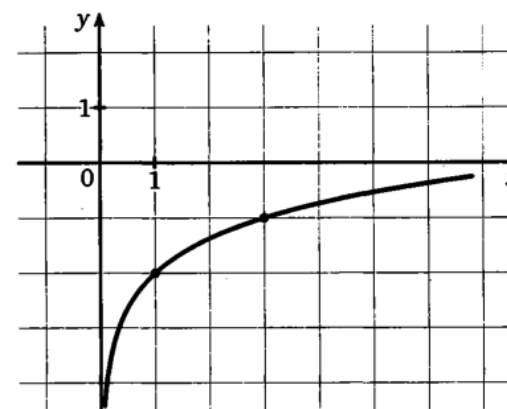
где $m = 80$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 320$ кг – масса платформы. Под каким наибольшим углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу до скорости не менее чем 0,5 м/с?

Ответ: _____.

9. Семь рубашек дороже куртки на 5%. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f\left(\frac{1}{9}\right)$.



Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $y = 4x - \ln(x + 9) + 6$

Ответ: _____.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\log_{\sin x}(\sin 2x + 2\sqrt{3}\sin^2 x + 1) = 0$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[6\pi; 9\pi]$

13. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4\sqrt{11}$ и $BC = 35$. Точка G – середина ребра CD . Известно, что $SC = SD = 12$, $SA = 37$.

а) Докажите, что SG – высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямой AG и плоскостью SBC .

14. Решите неравенство:

$$\frac{3^{2x+1} - 10 \cdot 21^x + 7^{2x+1}}{21^x - 49^x} \leq 0$$

15. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 4% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 500 тыс. рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года сумма вклада будет больше 13 млн рублей.

16. Отрезок CH – высота прямоугольного треугольника ABC с гипотенузой AB . На катетах AC и BC выбраны точки M и N соответственно такие, что $\angle MHN = 90^\circ$.

а) Докажите, что треугольник MNH подобен треугольнику ABC .

б) Найдите BN , если $BC = 3$, $AC = 5$, $CM = 2$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых функция $f(x) = x^2 + 6ax + (3a + 12)\ln x + 8$ не имеет экстремумов.

18. Костя написал несколько натуральных трехзначных чисел, в которых средняя цифра равна 0, а остальные ненулевые. Сумма всех выписанных чисел равна S . Затем в каждом числе он поменял местами первую и последнюю цифры. После этого сумма всех чисел стала равна P .

а) Возможно ли, что $S = 11425$, а $P = 22612$?

б) Какое наибольшее целое значение может принимать отношение $\frac{S}{P}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение P , если $S = 29997$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.