

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 15

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

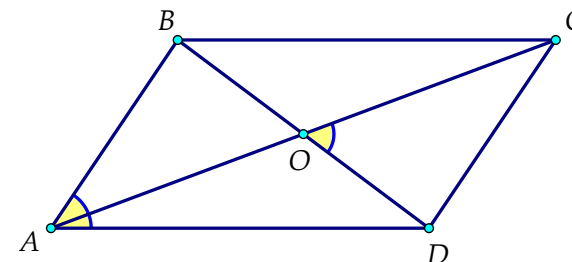
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Стороны параллелограмма равны 3 и 4, а острый угол этого параллелограмма равен острому углу между его диагоналями. Найдите произведение диагоналей параллелограмма.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Все плоские углы при вершине правильной треугольной пирамиды прямые. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь ее основания равна  $8\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Федя коллекционирует бегемотиков из шоколадных яиц. Всего в коллекции 10 бегемотиков, они равномерно распределены, то есть в каждом очередном шоколадном яйце может с равной вероятностью

оказаться любой из 10 бегемотиков. У Феде уже есть 4 разных бегемотика из коллекции. Найдите вероятность того, что для получения следующего бегемотика Феде придется купить еще 3 или 4 яйца.

Ответ: \_\_\_\_\_.

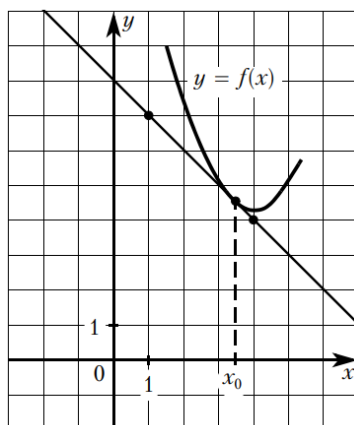
5. Решите уравнение  $\log_{27} 3^{9x+3} = 4$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $5\sqrt{2}\sin(-315^\circ)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

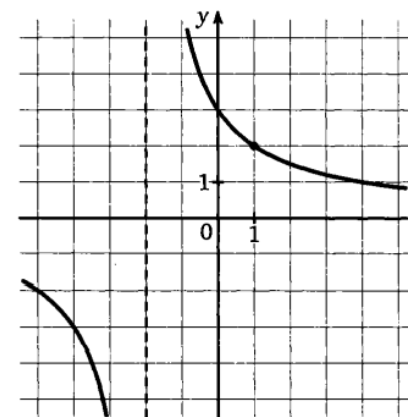
8. Скорость автомобиля, разгоняющегося по прямолинейному отрезку пути длиной  $S$  км с постоянным ускорением, равным  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v^2 = 2Sa$ . Определите, с какой наибольшей скоростью может двигаться автомобиль на расстоянии 1,5 км от старта, если по техническим характеристикам ускорение автомобиля не больше 7500 км/ч<sup>2</sup>. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Первые 160 км автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 75 км/ч, а затем 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = \frac{k}{x+a}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -0,3$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку минимума функции  $y = \frac{196}{x} + x + 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$4\sin x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\sin(\pi + x)\cos x + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\cos(\pi + x) = 1$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

13. Точка G – точка пересечения диагоналей грани  $BB_1C_1C$  куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$ . Плоскость  $BA_1C_1$  пересекает диагональ  $B_1D$  в точке P.

а) Докажите, что  $DP : PB_1 = A_1P : PG$ .

б) Точки K и L – середины ребер AD и  $AA_1$  соответственно. Найдите угол между прямой KL и плоскостью  $BA_1C_1$ .

14. Решите неравенство:

$$2\log_3(\sqrt{6x}) - \log_3\left(\frac{6x}{1-x}\right) \leq \log_3\left(2x^2 + \frac{7}{x} - 21\right)$$

15. 15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 1300 тысяч рублей на  $(n + 1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- 15-го числа n-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу  $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите n, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1480 тысяч рублей?

16. В остроугольном треугольнике ABC высоты  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке L. Через точку  $A_1$  параллельно высоте  $CC_1$  проведена прямая, пересекающая высоту  $BB_1$  в точке N.

а) Докажите, что  $BC \cdot LN = A_1L \cdot AC$ .

б) Найдите коэффициент подобия треугольников ABC и  $A_1LN$ , если  $AB = 8$ ,  $BC = 7$ ,  $AC = 6$ .

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 2x + y = a - 1, \\ 2xy = a^2 - 3a + 1, \\ 4x^2 + y^2 \leq -a^2 + 5a - 4 \end{cases}$$

имеет решение.

18. В последовательности из 80 целых чисел каждое число (кроме первого и последнего) больше среднего арифметического соседних чисел. Первый и последний члены последовательности равны 0.

а) Может ли второй член такой последовательности быть отрицательным?

б) Может ли второй член такой последовательности быть равным 20?

в) Найдите наименьшее значение второго члена такой последовательности.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.