

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 16

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!**Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

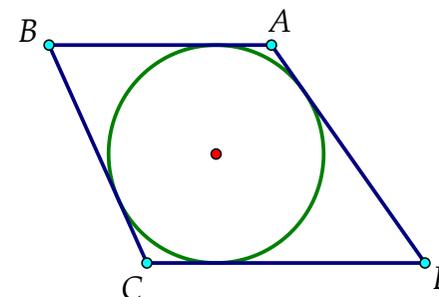
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В трапецию площади 306 вписана окружность радиуса 9. Найдите длину средней линии трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Радиус основания конуса в 10 раз меньше его образующей. Во сколько раз площадь полной поверхности конуса больше площади его боковой поверхности?

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность события «при первом броске выпало от трех до пяти очков, а при втором выпало меньше пяти очков». Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Вероятность того, что одна любая новая батарейка бракованная, равна 0,06 (независимо от других батареек). Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что хотя бы одна батарейка окажется исправной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $0,1^{2x-3} = 100 \cdot \sqrt[4]{1000}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{1,2} \cdot \sqrt{3,3}}{\sqrt{0,44}}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Прямая  $y = 5x + 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 4x^2 + 9x + 11$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

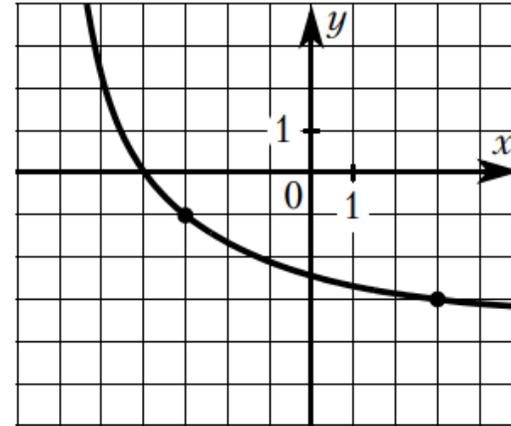
8. В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора  $C = 5 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 6 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 34$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,7$  – постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошла 51 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Первый насос наполняет бак за 24 минуты, второй – за 40 минут, а третий – за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = \log_a(x + b)$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -4$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку максимума функции  $y = 6 + 15x - 4x\sqrt{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12. а) Решите уравнение  $3\log_2^2(\sin x) + \log_2(1 - \cos 2x) = 2$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 5\pi\right]$

13. Основание пирамиды  $SABC$  – прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . Высота пирамиды проходит через точку  $V$ . Грани  $ABC$  и  $ABS$  равновелики. На ребрах  $BS$ ,  $AS$  и  $CA$  отмечены точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно, так, что  $SK : KB = 2 : 5$ ,  $SL : LA = 2 : 5$ ,  $CM : MA = 2 : 5$ .

а) Докажите, что плоскость  $KLM$  наклонена к плоскости основания пирамиды под углом  $45^\circ$ .

б). Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $KLM$ , если площадь грани  $ABS$  равна  $49\sqrt{2}$ .

14. Решите неравенство:  $\log_{2x-3}(\sqrt{x+2} + x - 3) \leq 1$

15. 11 сентября планируется взять кредит в банке на сумму 500 тысяч рублей на некоторый срок. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 10-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 11-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 11-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что сумма выплат составит 530 тысяч рублей?

16. Биссектрисы внешних углов при вершинах  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $D$ . Центр окружности, вписанной в треугольник  $BDC$ , лежит на окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

а) Докажите, что  $\angle BDC = 60^\circ$ .

б) Найдите синус угла между прямыми  $AD$  и  $BC$ , если  $AB = 4$  и  $AC = 10$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - 5x + a^2 - 9a| = a + x$$

имеет ровно четыре различных корня.

18. Известно, что квадратное уравнение  $x^2 + ax + b = 0$  имеет два различных натуральных корня.

а) Найдите все значения, которые может принимать  $a$ , если  $b = 65$ .

б) Найдите все значения, которые может принимать  $a$ , если  $a + b = 52$ .

в) Найдите все натуральные числа, которые могут быть корнями уравнения, если  $b^2 - a^2 = 380$ .

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*