

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 17

Профильный уровень



Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.



1. Дана окружность с центром в точке С. Вне этой окружности поставили точку А и провели из этой точки две касательные, которые касаются окружности в точках В и Т. Найдите диаметр окружности, если известно, что $BT = 120$ см, а $AB = 156$ см.

Ответ: _____.

2. Резервуар имеет форму прямоугольного параллелепипеда. В этот резервуар заливают воду таким образом, что высота водяного столба равна 30 см. При этом объем воды составил 4000 см^3 . Определите, чему равен объем предмета, погруженного в резервуар, если после погружения высота водяного столба увеличилась на 3 см. Ответ запишите в см^3 .

Ответ: _____.

3. Игнат и Лина как-то вечером решили сыграть в игральные кости. Для победы над Линой Игнату не хватает 8 очков. Найдите вероятность того, что кидая две кости Игнат победит. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.



4. На прохождение службы в рядах ВДВ подали заявку 30 человек. Спортивные нормативы у претендентов принимают три ветерана службы из городов А, Б и В. Ветеран из города А будет смотреть сдачу нормативов у 6 человек, ветеран из города Б – у 21 человека, ветеран из города В – у 3 человек. Есть немаловажная информация о том, что каждый из ветеранов по-разному принимает сдачу нормативов, то есть лояльность приема слабого претендента разная. Таким образом, возможность сдать нормативы и пойти служить в ВДВ у плохо подготовленного претендента распределилась по ветеранам следующим образом: у ветерана А – 40%, у ветерана Б – 70%, у ветерана В – 10%. Найдите вероятность того, что плохо подготовленный претендент сдаст норматив своему ветерану, если известно, что каждый ветеран выбирает себе претендента наугад по списку.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $2^{12x-1} - 4^{6x-1} + 8^{4x-1} - 16^{3x-1} = 1280$

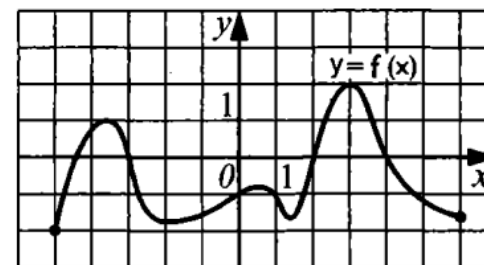
Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $2023 \cdot \operatorname{tg} 765^\circ$

Ответ: _____.



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-5; 6]$. Пользуясь этим рисунком, найдите максимальную длину промежутка, на котором производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

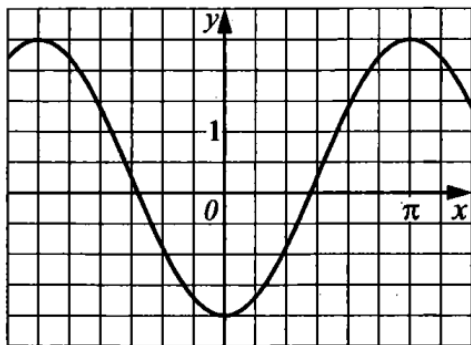
8. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $P \cdot V^k = \text{const}$, где P – давление газа в Па, V – объем газа в кубических метрах, const – постоянная величина. В ходе эксперимента с идеальным газом, для которого $k = \frac{4}{3}$, газ сжимают из начального состояния, в котором $\text{const} = 10^5$. Какой наибольший объем (в кубических метрах) может занимать этот газ при давлении не ниже $62,5 \cdot 10^6$ Па?

Ответ: _____.

9. Николай решил навестить свою бабушку в поселке Федосеевка. Расстояние от города Армавир, где проживает Николай, до поселка Федосеевка составляет 60 км. В путь он поехал на велосипеде. Погостив у бабушки один день, он поехал обратно домой, но со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге обратно он заехал к другу, у которого пробыл 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из Армавира в Федосеевку. Найдите скорость велосипедиста на пути к бабушке. Ответ запишите в км/ч.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите b .



Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3,5 + \frac{7\sqrt{3}}{2} + \frac{7\pi}{12} - 7\cos x - 3,5x \text{ на отрезке } [0; \frac{\pi}{2}].$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания



Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\log_{\sin x}(\sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin 2x - 2\sin^2 x) = 2$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; \frac{\pi}{3}]$



13. В правильной треугольной пирамиде DABC с основанием ABC сторона основания равна $6\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна 8. На ребрах AB, AC и AD соответственно отмечены точки M, N и K, такие, что $AM = AN = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ и $AK = \frac{5}{2}$.

а) Докажите, что плоскости MNK и DBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости DBC.

14. Решите неравенство: $343^x - 3 \cdot 49^x + \frac{2 \cdot 7^{2x+1} - 7^{x+2} + 63}{7^x - 9} + 7 \geq 0$

15. 15 августа 2016 года Егор Максимович взял кредит в банке на некоторую сумму на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что за первые 9 месяцев Егор Максимович выплатил банку 11,34 млн рублей. Сколько миллионов рублей он взял в кредит?

16. Точка O – центр окружности, вписанной в треугольник ABC, все стороны которого различны. Точка M – середина стороны AC. Угол AOC равен 135° .

а) Докажите, что угол ABC прямой.

б) Прямые MO и BC пересекаются в точке K. Найдите отношение BK : CK, если AB = 12, BC = 5.

17. Найдите все значения параметра p , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5p-1} \cdot \log_3 x + p \cdot \log_x 9 - 5 \cdot \log_x 3 - 7 + 5p = 0$$

имеет ровно $5p^2 - 6p + 2$ различных корней.

18. Конечная последовательность a_1, a_2, \dots, a_n состоит из $n \geq 3$ не обязательно различных натуральных чисел, причем при всех натуральных $k \leq n-2$ выполнено равенство $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k + 1$.

а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$, в которой $a_5 = 1$.

б) Может ли в такой последовательности оказаться так, что $a_6 = a_{16}$?

в) При каком наибольшем n такая последовательность может состоять только из чисел, не превосходящих 75?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

