

# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 1

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8    10 - 0,8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

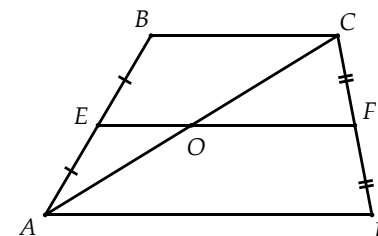
1. Решите уравнение  $\log_{2x-1}(3x+16) = 2$ . Если уравнение имеет более одного корня, то запишите в ответе наименьший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,83. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,46. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 20.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Средняя линия трапеции равна 57, а одно из ее оснований больше другого на 32. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.

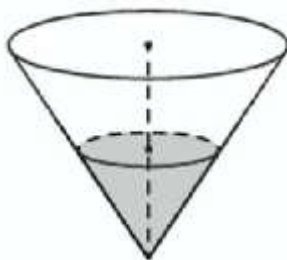


Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Вычислите  $\frac{2\sin^2 420^\circ - 2\sin^2 330^\circ}{25}$ .

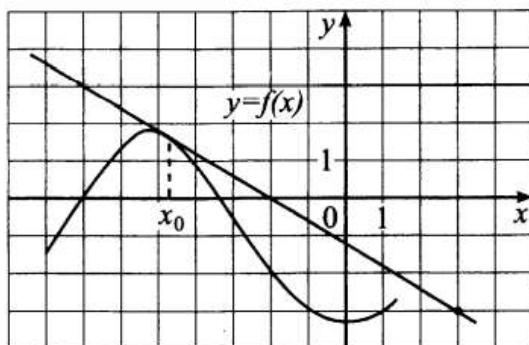
Ответ: \_\_\_\_\_.

5. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 50 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?



Ответ: \_\_\_\_\_.

6. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 35$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 35 до 60 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 240 до 280 см. Изображение на экране будет

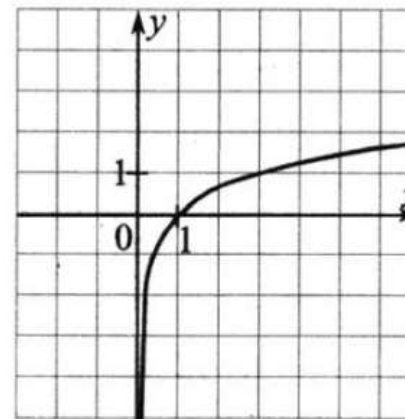
четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Заказ на 120 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 2 детали больше?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. На рисунке изображен график функции  $y = \log_a x$ , где  $a$  – целое число. Найдите  $y(27)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трех попыток?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку максимума функции:  $y = (2x^2 - 14x + 14) \cdot e^{x+14}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12. а) Решите уравнение

$$\sin^3 x \cos x - \cos^3 x \sin x = \sin^3 \frac{\pi}{6}$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

13. Дана правильная призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , М и N – середины ребер АВ и ВС соответственно, точка К – середина MN.

а) Докажите, что прямые  $KD_1$  и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями  $MND_1$  и ABC, если  $AB = 8$ ,  $AA_1 = 6\sqrt{2}$ .

14. Решите неравенство:  $\log_9(x-3) \cdot \log_{x-3}(x+4) \geq \log_9^2(x+4)$

15. В начале года Владимир взял в банке кредит 3,6 млн рублей с процентной ставкой 10% годовых на 3 года с погашением кредита по следующей схеме:

- в начале года банк увеличивает долг на 10%;
- выплаты производятся в конце каждого года;
- каждая следующая выплата на 10% больше предыдущей.

Сколько рублей переплатил Владимир банку, погасив свой кредит по указанной схеме за 3 года?

16. Длины сторон АВ и ВС треугольника ABC равны  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  и  $\frac{5\sqrt{5}}{4}$

соответственно. Точка М лежит на стороне АВ, точка О лежит на стороне ВС, причем  $BM : AM = 3 : 2$ , а прямые МО и АС параллельны. Биссектриса угла ВАС пересекает прямую МО в точке Р, лежащей между точками М и О, причем длина радиуса окружности, описанной около треугольника АМР, равна  $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ .

а) Докажите, что треугольник АМР равнобедренный.

б) Найдите длину стороны АС.

17. Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых уравнение

$$x - 2 = \sqrt{2(b-1)x + 1}$$

имеет единственное решение.

18. Уравнение  $x^2 + (k-m)x + m^2 = 0$ , корни которого – натуральные числа, имеет хотя бы один корень, который является простым числом.

а) Какие значения может принимать  $k$ , если  $m = 14$ ?

б) Какие значения могут принимать корни уравнения, если  $m(m+1) = 1085 + k$  и  $k$  – целое число?

в) Какие значения может принимать  $m$ , если  $k^2 = 36$ ?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*