

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 19

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

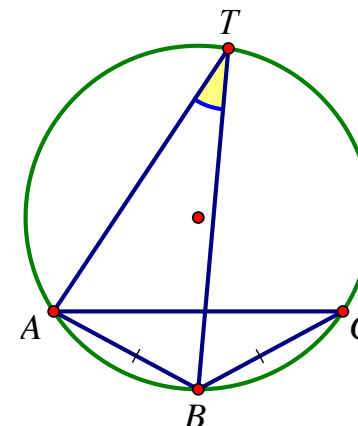
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В окружность вписан равнобедренный треугольник ABC с $\angle ABC = 123^\circ$. Точка T на окружности выбрана так, что хорды BT и AC пересекаются. Найдите угол ATB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 12, а высота 8.

Ответ: _____.

3. Грамоты призеров математического конкурса хранятся в трех коробках – по 400 дипломов в первых двух и 217 в третьей. Участник С. Приходит за своей грамотой. Найдите вероятность того, что его грамота найдется в первой или второй коробке. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

4. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист промахнулся только при первом и при последнем выстрелах.

Ответ: _____.

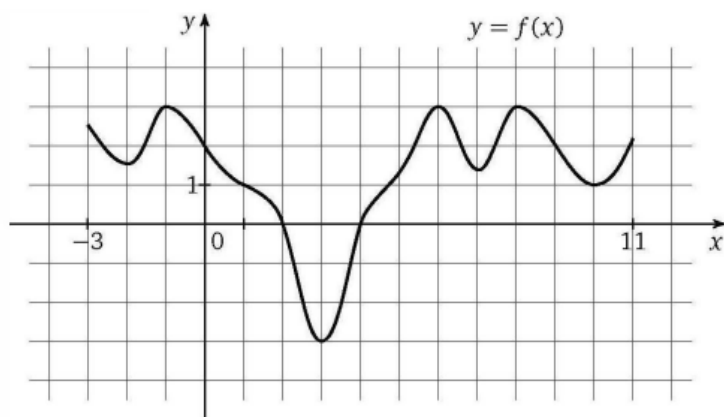
5. Решите уравнение $\left(\frac{1}{4}\right)^{6+x} = 64$

Ответ: _____.

6. Найдите $100 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 11)$. В скольких целых точках производная этой функции равна 0?



Ответ: _____.

8. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 – начальная масса изотопа, t – время, прошедшее от начала распада, T – период полураспада в минутах. В

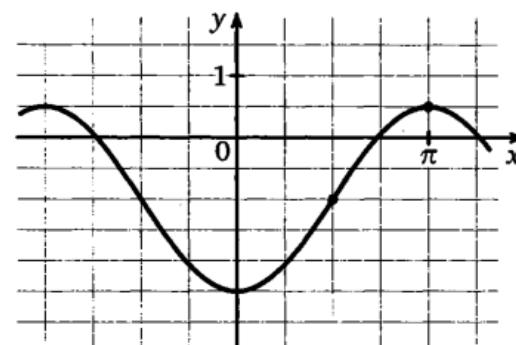
лаборатории получили газ, содержащий $m_0 = 40$ мг изотопа азота-13, период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа азота-13 будет не меньше 5 мг?

Ответ: _____.

9. Даша и Маша пропалывают грядку 12 минут, а одна Маша – за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите значение выражения $a + b$.



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 16 \tan x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $2\cos\left(2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right) + 8\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 3$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

13. В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . Точка D – середина A_1B_1 , а точка F делит ребро AC в отношении $AF : FC = 1 : 3$.

а) Докажите, что DF перпендикулярно AC .

б) Найдите угол между прямой DF и плоскостью ABB_1 , если $AB = 12$, $AC = 8$, $AA_1 = 10$.

14. Решите неравенство: $\frac{4^x - 2^{x+3} + 2 - 2^{x-2}}{x^2 - 11} \geq 0$

15. Дмитрий положил в банк некоторую сумму денег. Через год, после начисления процентов, он добавил на свой счет сумму, составляющую 0,9 исходной, в результате чего остаток на счете стал равен 3,4 млн рублей. А еще через год, после начисления процентов, остаток на его счете увеличился в 2,2 раза по сравнению с исходной суммой. Какую сумму (в тыс. рублей) Дмитрий положил в банк первоначально, если в конце каждого года банк начислял один и тот же процент годовых?

16. Две окружности с центрами в точках O_1 и O_2 , радиусы которых равны 10 и 17 соответственно, пересекаются в точках P и Q . Через точку Q проведена касательная к большей окружности, пересекающая вторично меньшую окружность в точке L .

а) Докажите, что треугольники LPQ и O_1PO_2 подобны.

б) Найдите площадь треугольника LPQ , если $O_1O_2 = 21$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$8^{2x} + 5 \cdot 8^x = a \cdot 8^x + 6$$

не имеет корней на промежутке $\left[\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right]$.

18. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 16?

б) Найдите наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 900.

в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 235.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.