Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант №20

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

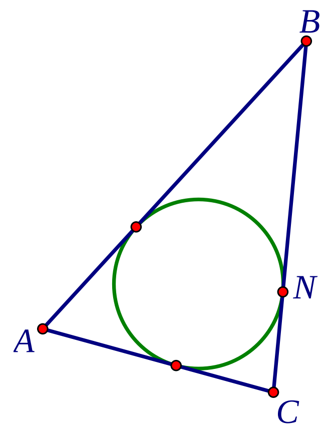
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается его стороны BC в точке N. Известно, что BN = 15 и AC = 17. Найдите периметр треугольника.



Ответ: ________________________.

2. В цилиндр вписана сфера. Площадь полной поверхности цилиндра равна 42. Найдите площадь поверхности сферы.

Ответ: ________________________.

3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. *Результат округлите до сотых.*

Ответ: ________________________.

4. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,06. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: ________________________.

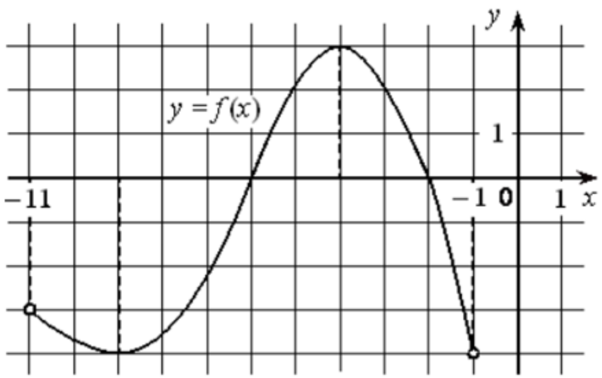
5. Решите уравнение $2^{log_4(2x+5)} = 2.$

Ответ: ________________________.

6. Найдите $tg\alpha$, если $cos\alpha = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: ________________________.

7. На рисунке изображен график дифференцируемой функции *y = f (x)*, определенной на интервале (–11; –1). Найдите точку из отрезка [–7; –2], в которой производная функции *f(x)* равна 0.



Ответ: ________________________.

8. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 247 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле:

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$$

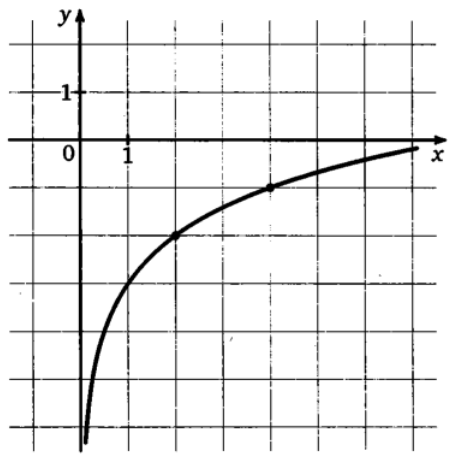
где c = 1500 м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 18 м/с.

Ответ: ________________________.

9. Автомобиль проехал четверть пути со скоростью 66 км/ч, а оставшееся расстояние – со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ________________________.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + log_a x$. Найдите значение x, при котором $f(x) = -6$.



Ответ: ________________________.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$ на отрезке [1; 7].

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $1 + cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = (sinx - cosx)^2$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$.

13. Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ – треугольник ABC, в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 12. На ребре BB_1 отмечена точка P так, что $PB_1 = 3PB$.

а) Докажите, что основания высот треугольников ACP и ACB_1, проведенных к стороне AC, совпадают.

б) Найдите тангенс угла между плоскостями ACP и ACC_1.

14. Решите неравенство: $81^{\frac{3}{4}-x} - 730 \cdot 9^{-x} + 27 \leq 0$

15. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100000 рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Найдите число r, если известно, что кредит был полностью погашен за 2 года, причем в первый год платеж составил 55000 рублей, а во второй год – 69000 рублей.

16. Одна окружность вписана в прямоугольную трапецию, а вторая касается большей боковой стороны и продолжений оснований.

а) Докажите, что расстояние между центрами окружностей равно большей боковой стороне трапеции.

б) Найдите расстояние от вершины одного из прямых углов трапеции до центра второй окружности, если точка касания первой окружности с большей боковой стороной трапеции делит ее на отрезки, равные 2 и 8.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{(9a-8)\cdot|x-a|}{x-a} = \frac{x^3 + ax^2}{|x+a|}$$

имеет ровно 2 различных корня.

18. В офисе работает не менее 60 и не более 80 человек. К объявленному началу собрания пришло меньше половины сотрудников (а возможно, что и никто не пришел). Спустя 10 минут после объявленного начала на собрание пришел еще один сотрудник.

а) Могло ли получиться так, что после этого на собрании присутствовало больше половины сотрудников?

б) Возможно ли, что и до и после прихода опоздавшего сотрудника процент сотрудников на собрании выражался целым числом?

в) Какое наибольшее целое значение мог принять процент так и не пришедших сотрудников?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.