

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №21

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

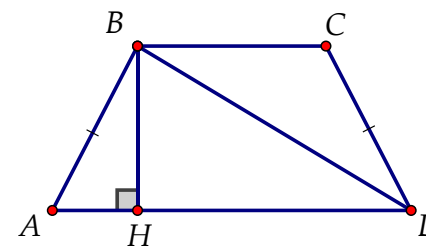
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Высота равнобедренной трапеции равна 6, а диагональ равна 10. Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____.

2. Площадь полной поверхности конуса равна 144. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1 : 3, считая от вершины. Найдите площадь полной поверхности отсеченного конуса.

Ответ: _____.

3. Конкурс парикмахеров проводится в три дня. В конкурсе участвует по одному мастеру из 20 стран. Порядок вступления мастеров определяется жеребьевкой: в первые два дня по шесть выступлений, остальные – в третий день. Найдите вероятность того, что выступление мастера из России запланировано на первый или на третий день.

Ответ: _____.

4. В ящике 7 красных и 9 синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Найдите вероятность того, что первые два извлеченных фломастера будут красными.

Ответ: _____.

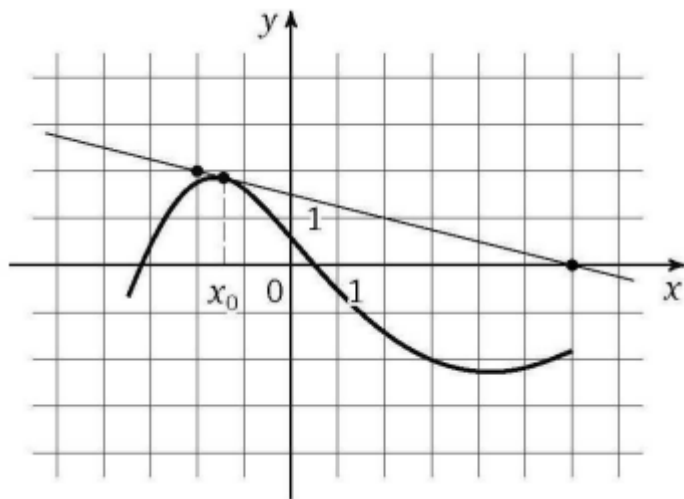
5. Решите уравнение $\frac{4}{x+4} = \frac{x+4}{4}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\log_{12} 13}{\log_{144} 13}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в его точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

8. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 54$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя,

если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление задаётся формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а для нормального функционирования

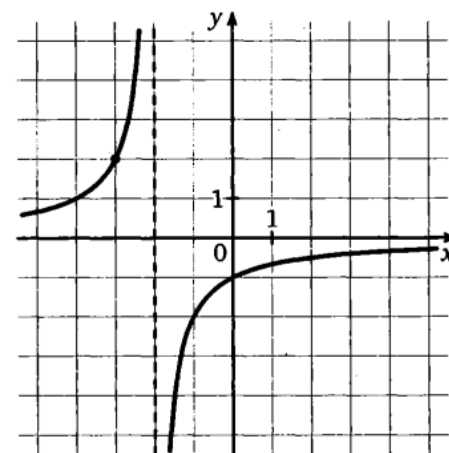
электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 36 Ом. Ответ выразите в Омах.

Ответ: _____.

9. Расстояние между пристанями А и В равно 72 км. Отчалив от пристани А в 8:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани В. После пятичасовой стоянки у пристани В теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в А в тот же день в 20:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $\frac{k}{a}$.



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = (27 - x)\sqrt{x}$ на отрезке $[1; 16]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\sin x} = 3 - \frac{1}{\cos x}$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$.

13. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны оснований AB и BC равны соответственно 6 и 4, а боковое ребро равно 3. На ребре $A_1 B_1$ отмечена точка M , а на луче BC – точка F , причем $A_1 M = MB_1$ и $BF = AB$. Плоскость AMF пересекает ребро CC_1 в точке N .

а) Докажите, что $CN : C_1 N = 2 : 1$.

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости сечения

14. Решите неравенство: $\frac{40 - 28 \cdot 16^x - 2 \cdot 4^x}{16^x - 5 \cdot 4^x + 4} \leq 16^x + 3 \cdot 4^{x+1} + 10$

15. 15 января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 19% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

16. В равнобедренной трапеции $ABCD$ на боковой стороне AB и большем основании AD взяты соответственно точки F и E так, что FE параллельно CD , а $FC = ED$.

а) Докажите, что угол BCF равен углу AFE .

б) Найдите площадь трапеции $ABCD$, если $DE = 5BF$, $FE = 8$ и площадь трапеции $FCDE$ равна $27\sqrt{11}$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любой из корней уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяет неравенству $|x| < 1$.

18. Для квадратичной функции $f(x) = x^2 + bx + c$ уравнение $f(x) = 0$ имеет два различных корня, каждый из которых является целым отрицательным числом.

а) Может ли быть верным равенство $f(6) = 56$?

б) Может ли быть верным равенство $f(6) = 52$?

в) Найдите наименьшее значение дискриминанта квадратного трехчлена $x^2 + bx + c$, если $f(6) = 144$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.