

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №22

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

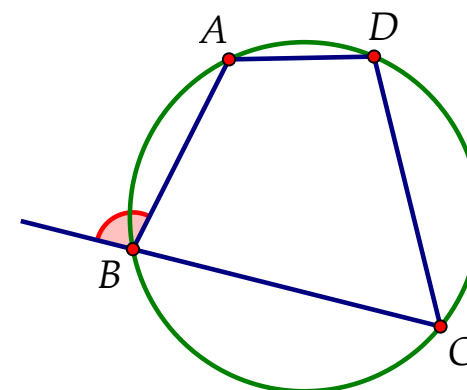
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В четырехугольнике ABCD, вписанном в окружность, найдите внешний угол при вершине B, если угол D равен 110° .



Ответ: _____.

2. Найдите объем конуса, площадь боковой поверхности которого равна 80π , а площадь полной поверхности равна 144π . В ответе запишите величину $\frac{V}{\pi}$.

Ответ: _____.

3. Правильную игральную кость бросили два раза. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков меньше 16. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

4. На сборку попадают детали от трех штамповочных автоматов. Известно, что первый автомат дает 4% брака, второй – 3% и третий – 2%. Найдите вероятность того, что на сборку попадет бракованная деталь, если от первого автомата поступает 150 деталей, от второго – 200 и от третьего – 250 деталей. *Результат округлите до сотых.*

Ответ: _____.

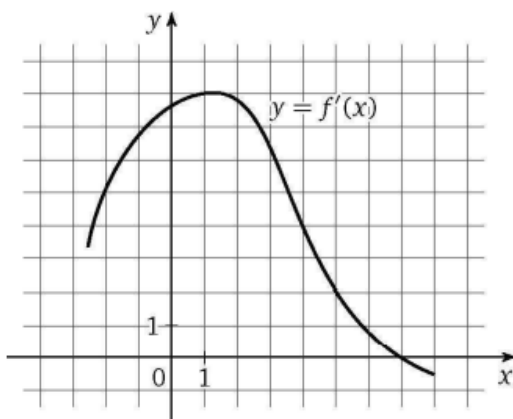
5. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+4)}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\log_b^2 a^5$, если $\log_b a = 4$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 3$ или совпадает с этой прямой.



Ответ: _____.

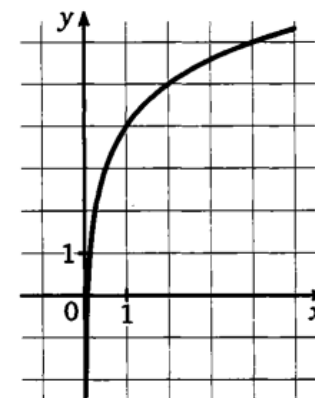
8. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 9$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,1$ – постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе (в киловольтах), если после выключения телевизора прошло не менее 33 с.

Ответ: _____.

9. Первый сплав содержит 20% меди, второй — 30% меди. Масса второго сплава меньше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 24% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(32)$.



Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $f(x) = 2x - 5 \ln x + 4$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $4 \cos^3(-x) - \cos(\pi - x) + 4 \sin^2(-x) = 4$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

13. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S точка K лежит на ребре SC и делит его в отношении $1:4$, считая от вершины, точка M лежит на ребре SA и делит его в отношении $3:2$, считая от вершины. Через MK проведено сечение, параллельное прямой BC .

а) Докажите, что сечение является равнобедренным треугольником.
б) Найдите угол между прямыми MK и BC , если $AS = 15$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен $5\sqrt{6}$.

14. Решите неравенство: $\frac{11 \log_4 x - 28}{2 \log_4 x - 1} \geq 4 - 3 \log_4 x$

15. 15 мая бизнесмен запланировал взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько процентов больше по отношению к взятому кредиту придется заплатить бизнесмену?

16. В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами 6 и 9 проведены биссектрисы всех углов до взаимного пересечения.

- а) Докажите, что полученный четырехугольник – квадрат.
- б) Найдите площадь этого четырехугольника.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = a|x| + a + 1, \\ x^2 + (y + a^2)^2 = 9 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. Все члены последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 5 раз больше, либо в 5 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 1841.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трех членов?
- в) Найдите наибольшее количество членов такой последовательности.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.