Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант №23

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

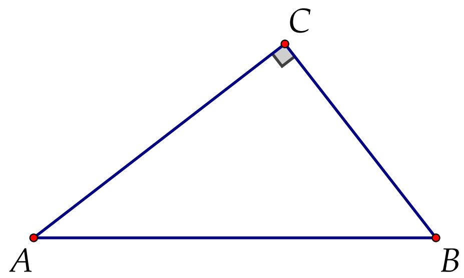
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

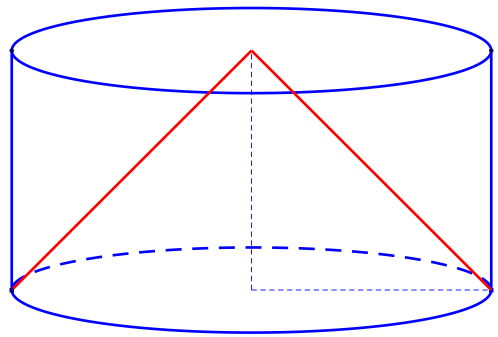
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB = 10, $AC=\sqrt{51}$. Найдите $\sin A$.



Ответ: ________________________.

2. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $5\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ: ________________________.

3. В среднем из 1500 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный при покупке аккумулятор окажется исправным.

Ответ: ________________________.

4. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,98. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,83. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: ________________________.

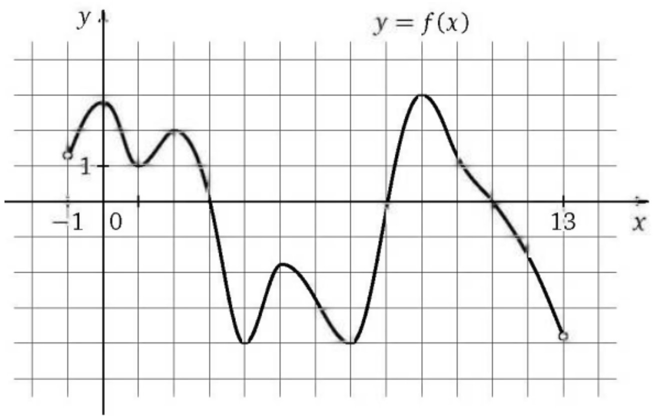
5. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{27}}(4x+1)=-1$.

Ответ: ________________________.

6. Найдите значение выражения $12\sqrt{2}\cos(-225^0)$.

Ответ: ________________________.

7. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале (–1;13). Найдите число решений уравнения $f'(x)=0$ на отрезке [3;11].



Ответ: ________________________.

8. По закону Ома для полной цепи, сила тока I, измеряемая в Амперах, равна $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$, где ε – ЭДС источника в Вольтах, r – его внутреннее сопротивление в Омах, R – сопротивление цепи (в Омах). Определите, при каком наименьшем сопротивлении цепи R (в Омах) сила тока I будет составлять не более 40% от силы тока короткого замыкания $I_{КЗ}=\dfrac{\varepsilon}{r}$, если внутреннее сопротивление источника $r=0{,}5$ Ом.

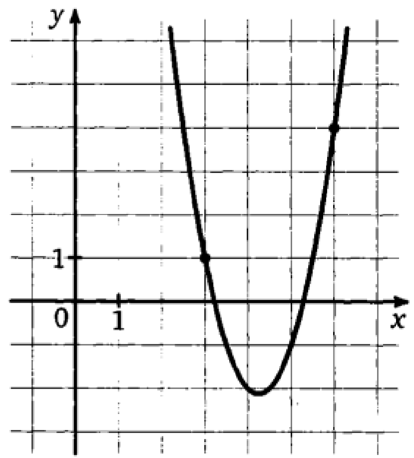
Ответ: ________________________.

9. Влажность свежескошенной травы составила 75%. Сколько килограммов сена, влажность которого 20%, получится из 4 тонн этой травы?

Ответ: ________________________.

10. На рисунке изображен график функции $f(x)=ax^2-17x+c$.

Найдите *f(1)*.



Ответ: ________________________.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 3\cos x - \frac{12}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[\frac{2\pi}{3}; 2\pi\right]$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $2^{4\sin x} + 5\cdot 2^{2\sin x} - 14 = 0$
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

13. Все ребра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равны 6. Через середины ребер AC и BB_1 и вершину A_1 призмы проведена секущая плоскость.
а) Докажите, что ребро BC делится секущей плоскостью в отношении 2 : 1, считая от вершины C.
б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания.

14. Решите неравенство: $\log_5(x-4) + \log_5\left(2x + \frac{9}{x-4}\right) \geq \log_5\left(\frac{3x-7}{2}\right)$

15. 15 декабря планируется взять кредит в банке на сумму 2000 тысяч рублей на (n + 1) месяц. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
– 15-го числа n-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;
– к 15-му числу (n + 1)-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Найдите n, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 3248 тысяч рублей?

16. Диагональ BD трапеции ABCD с основаниями AD и BC разбивает ее на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и DC.
а) Докажите, что луч AC – биссектриса угла BAD.
б) Найдите CD, если известно, что BD = 5 и AC = 8.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система
$$\begin{cases}(a+7x+4)(a-2x+4) \leq 0,\\ a+3x \geq x^2\end{cases}$$
имеет хотя бы одно решение.

18. На доске записаны числа 1, 2, 3, …, 27. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 31 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стертых на предыдущих ходах.
а) Можно ли сделать 4 хода?
б) Можно ли сделать 9 ходов?
в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

