

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №24

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

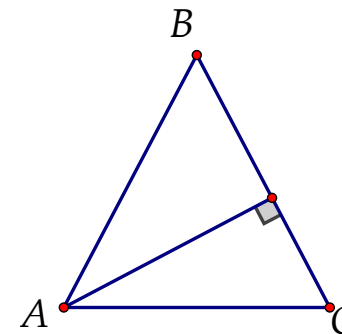
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Основание равнобедренного треугольника равно $\sqrt{26}$, а боковая сторона равна 13. Найдите длину высоты, проведенной к боковой стороне.



Ответ: _____.

2. Основанием пирамиды служит квадрат со стороной 9. Найдите объем пирамиды, если ее высота равна 2.

Ответ: _____.

3. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Найдите вероятность того, что при втором броске монеты выпал орел.

Ответ: _____.

4. В магазине стоят три платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: _____.

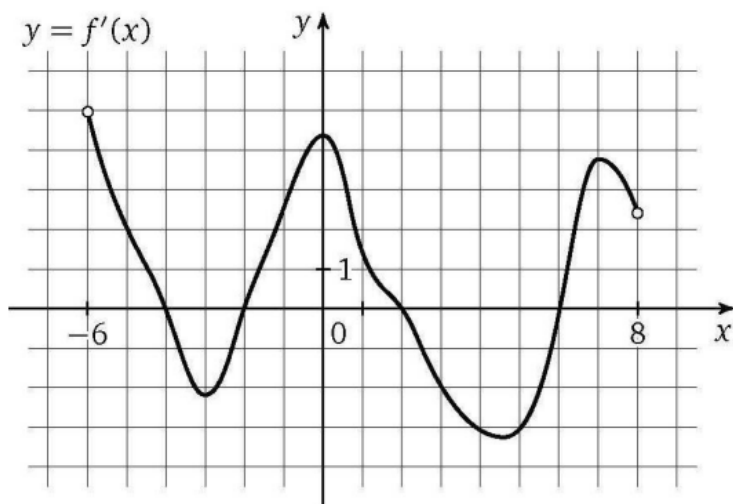
5. Решите уравнение $4^{2023-x} = 9^{x-2023}$.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{14 \sin 118^\circ}{\sin 59^\circ \cdot \sin 31^\circ}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. В скольких точках касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x + 4$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8. Зависимость объема спроса q на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс.руб.) задается формулой:

$$q = 100 - 10p$$

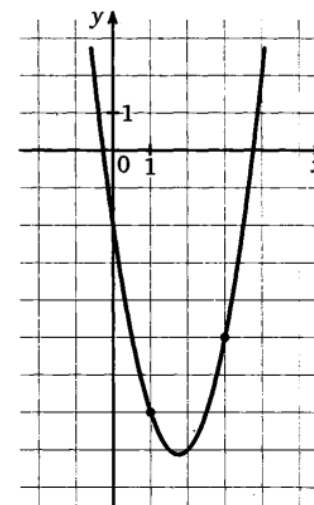
Выручка предприятия за месяц r (в тыс.руб.) определяется как $r(p) = q \cdot p$. Определите максимальный уровень цены p , при котором месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс.руб. Ответ приведите в тыс.руб.

Ответ: _____.

9. Первая труба пропускает на 7 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если бак объемом 420 литров она заполняет на 30 минут быстрее, чем первая труба.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = 2x^2 + bx + c$. Найдите $f(-3)$.



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+3)^3 - 3x$ на отрезке $[-2,5; 2,5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $25^{\cos x} + 5^{3-2\cos x} = 30$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

13. На ребре AA_1 правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка T так, что $AT : TA_1 = 1 : 5$. Через точки T и D проведена плоскость α , параллельная прямой $A_1 C_1$ и пересекающая ребро BB_1 в точке K .

а) Докажите, что $BK : BB_1 = 1 : 3$.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если $BC = 6$, $BB_1 = 9$.

14. Решите неравенство: $\log_7(245 - 49x) > \log_7(x^2 - 15x + 50) + \log_7(x + 4)$

15. В октябре планируется взять кредит в банке на сумму 12 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по сентябрь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в октябре каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на октябрь предыдущего года.

Чему будет равна переплата по кредиту (в млн рублей) после полного погашения кредита, если сумма наибольшей годовой выплаты и наименьшей годовой выплаты составит 5,75 млн рублей?

16. На стороне острого угла с вершиной C отмечена точка A . Из точки A на биссектрису и другую сторону угла опущены перпендикуляры AM и AN соответственно.

а) Докажите, что $CM^2 + AM^2 = CN^2 + AN^2$.

б) Прямые CM и AN пересекаются в точке L . Найдите отношение $CL : LM$, если $\cos \angle CAM = \frac{5}{9}$.

17. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(x + \ln(x + a))^2 = (x - \ln(x + a))^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[0; 1]$.

18. В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 800 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 250 купюр по 1000 рублей и 110 купюр по 5000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 80 000 рублей, а остальное поделить поровну на 80 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.