

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №25

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!**Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

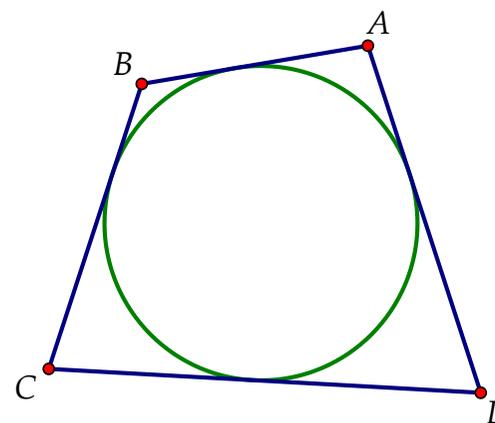
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Окружность вписана в четырехугольник ABCD. Найдите его периметр, если $AB = 5$ и $CD = 8$.



Ответ: _____.

2. Площадь полной поверхности цилиндра равна 132π , а радиус основания равен 6. Найдите высоту цилиндра.

Ответ: _____.

3. Вероятность того, что новая электрическая мясорубка прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что она прослужит больше двух лет, равна 0,91. Найдите вероятность того, что мясорубка прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: _____.

4. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде *не удастся* выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы, а вероятность ничьей равна 0,1. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

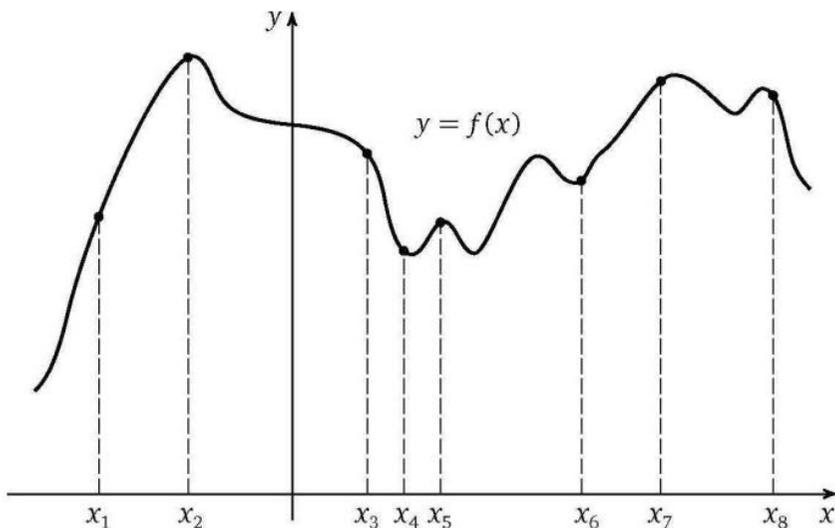
5. Решите уравнение $\log_4 x = -\log_{0,25}(12 - x)$.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\sqrt[12]{125} \cdot \sqrt[4]{125}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены восемь точек на оси абсцисс. В скольких из этих точек производная функции отрицательна?



Ответ: _____.

8. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 245$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

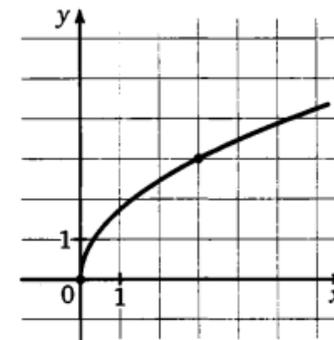
где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

9. Автомобиль проехал четверть пути со скоростью 66 км/ч, а оставшееся расстояние — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(48)$.



Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $y = (2x^2 - 38x + 38) \cdot e^{25-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

13. В правильной треугольной пирамиде DABC с основанием ABC сторона основания равна $6\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна 8. На ребрах AB, AC и AD соответственно отмечены точки M, N и K, такие, что

$$AM = AN = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ и } AK = \frac{5}{2}.$$

- а) Докажите, что плоскости MNK и DBC параллельны.
 б) Найдите расстояние от точки K до плоскости DBC.

14. Решите неравенство: $7^{\log_2^2(5-x)^2} \cdot \frac{1}{49} \geq 7^{2\log_2(x-5)}$

15. В мае 2016 года взяли кредит на S млн рублей, где S – целое число, на 5 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый ноябрь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с декабря по апрель каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в мае каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Год	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Долг (млн руб)	S	0,7S	0,5S	0,4S	0,2S	0

Найдите наименьшее целое значение S, чтобы общая сумма выплат была больше 7 млн рублей.

16. Биссектриса угла ADC параллелограмма ABCD пересекает прямую AB в точке E. В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T.

- а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.
 б) Найдите угол BAD, если известно, что $AD = 6$ и $KT = 3$.

17. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$(ax^2 - (a^2 + 12)x + 12a)\sqrt{x + 5} = 0$$

имеет только два решения.

18. На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 6.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 198?
 б) Может ли сумма этих чисел быть равна 270?
 в) Какое наибольшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1518?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.