

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №26

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!**Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

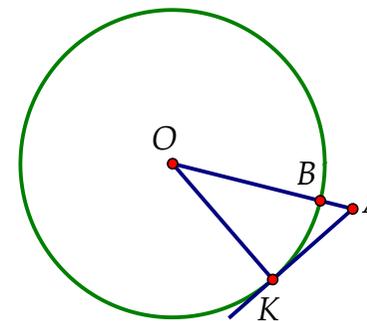
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Из точки А проведена касательная АК (К – точка касания) к окружности с центром О. Окружность пересекает отрезок АО в точке В. Известно, что  $KO = 4$  и  $KA = 3$ . Найдите ВА.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно  $4\sqrt{13}$ , а высота основания равна 18. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Андрей и Пантелей выбирают по одному натуральному числу от 1 до 9 независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что сумма этих чисел делится на 4. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и замечательная, причем погода держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такая же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, и погода в Волшебной стране замечательная.

Найдите вероятность того, что 5 июля погода в Волшебной стране будет замечательная.

Ответ: \_\_\_\_\_.

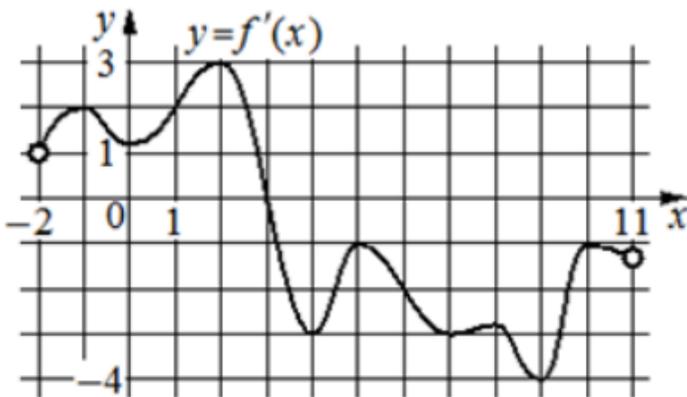
5. Решите уравнение  $2\log_{25}(4x+1) = \log_5(6-x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите  $-20\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ , если  $\cos\alpha = -\frac{24}{25}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

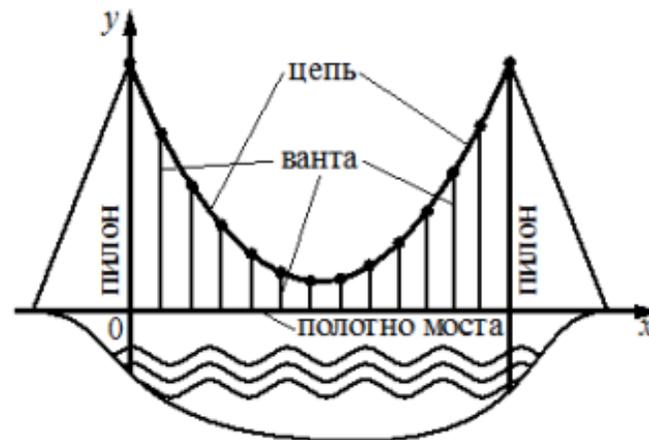
7. На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 11)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображена схема моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось  $Oy$

направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, а ось  $Ox$  направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке.



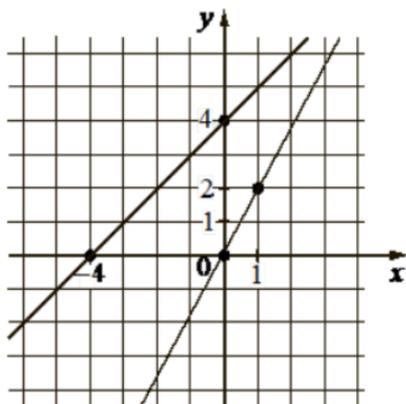
В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой  $y = 0,0043x^2 - 0,74x + 35$ , где  $x$  и  $y$  измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 70 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 55 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского, равно 32 секундам. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображены графики двух линейных функций, пересекающиеся в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наибольшее значение функции  $y = 7 + 6x - 2x\sqrt{x}$  на отрезке  $[1; 10]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12. а) Решите уравнение  $\log_5 \left( 2 \sin(\pi - x) \sin \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \right) = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ \frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$ .

13. На ребрах  $BS$  и  $CS$  правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$  со стороной основания  $AD = 10$  и боковым ребром  $SA = 5\sqrt{6}$  взяты точки  $K$  и  $M$  соответственно так, что  $SK : BK = CM : SM = 3 : 2$ .

а) Докажите, что  $KM \perp SC$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью основания пирамиды.

14. Решите неравенство:  $(x + 4)(x - 2) \log_x(7x + 1) \leq 0$

15. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 3,85 млн. рублей?

16. Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $AB$  как на диаметре, касается боковой стороны  $CD$  и второй раз пересекает большее основание  $AD$  в точке  $L$ , точка  $M$  – середина  $CD$ .

а) Докажите, что четырехугольник  $DLOM$  – параллелограмм.

б) Найдите  $AD$ , если  $\angle BAD = 60^\circ$  и  $BC = 3$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{4x + 4a^2 - 12a}$$

имеет ровно два различных решения.

18. Сергей выписал пять подряд идущих натуральных чисел, последние цифры которых не равны 0. Затем каждое из выписанных чисел поделил на его последнюю цифру. Сумма получившихся чисел равна  $Q$ .

а) Может ли  $Q$  быть равно 34?

б) Может ли  $Q$  быть равно  $989\frac{103}{252}$ ?

в) Найдите наибольшее целое значение  $Q$ , если каждое из исходных чисел было четырехзначным.

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

