

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №27

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

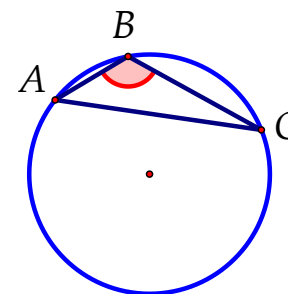
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Треугольник ABC, у которого $\angle ABC = 120^\circ$, вписан в окружность радиусом $2\sqrt{3}$. Найдите AC.



Ответ: _____.

2. Найдите объем правильной треугольной призмы, если сторона основания равна 2, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

3. Игральный кубик бросили один раз. Найдите вероятность того, что выпало число, кратное 2.

Ответ: _____.

4. Автоматическая линия разливает питьевую воду в бутылки по 5 л. В 98% случаев объем воды в бутылке отличается от нормы не больше чем на 0,2 л. Найдите вероятность того, что в случайно выбранной бутылке объем воды будет меньше чем 4,8 л или больше чем 5,2 л.

Ответ: _____.

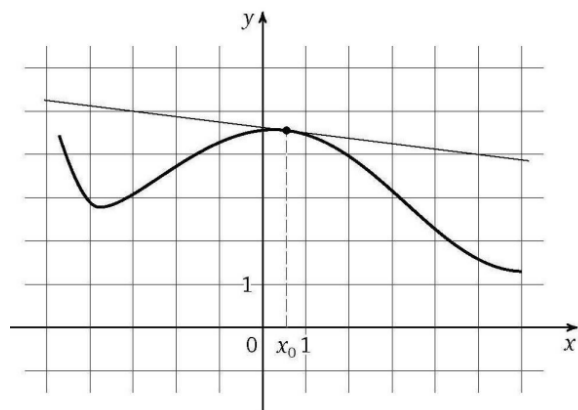
5. Решите уравнение $3^x \cdot 4^x = 144^{x-2}$.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{27 \cos 44^\circ}{\sin(-46^\circ)}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

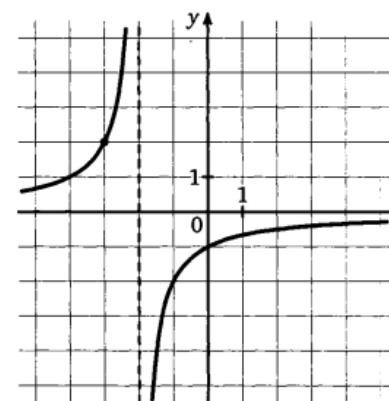
8. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 – давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 – объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

9. Смешав 43-процентный и 89-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 69-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 73-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 43-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f(18)$.



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^5 - 20x^3 - 3$ на отрезке $[-6; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\frac{\cos x - 1}{\cos x} + 2\operatorname{ctg} x \sin x = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

13. В основании пирамиды SABCD лежит прямоугольник ABCD со стороной $AD=5$ и диагональю $AC=9$. Все боковые ребра пирамиды равны 5. На диагонали AC отмечена точка M, а на ребре SD – точка N так, что $SN=AM=4$.

а) Докажите, что плоскость BMN параллельна ребру SA.

б) Плоскость BMN пересекает ребро SC в точке P. Найдите расстояние от точки P до плоскости ABC.

14. Решите неравенство: $3^{4+3x} - 15 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2+3x} + 6 \geq 0$

15. В октябре 2018 года взяли кредит в банке на некоторую сумму в рублях. Условия его возврата таковы:

– в январе каждого года долг возрастает на 8% по сравнению с долгом в октябре;

– с февраля по 30 сентября каждый год необходимо выплатить часть долга одним платежом;

Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был полностью погашен в течение трех лет тремя равными платежами и общая сумма выплат больше суммы взятого кредита на 8324 рубля.

16. Точка O – центр окружности, вписанной в треугольник ABC. На продолжении отрезка AO за точку O отмечена точка K так, что $BK=OK$.

а) Докажите, что четырехугольник ABKC вписанный.

б) Найдите длину отрезка AO, если известно, что радиусы вписанной и описанной окружностей треугольника ABC равны 3 и 12 соответственно, а $OK=5$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(x - y + 9) + 2 = \log_3(6x - 8y + 76), \\ y + 6 = (x + a)^2 + 2a + 3x \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

18. Известно, что a , b , c и d – попарно различные двузначные натуральные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{19}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 3b$ и $c > 6d$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.