

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №30

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

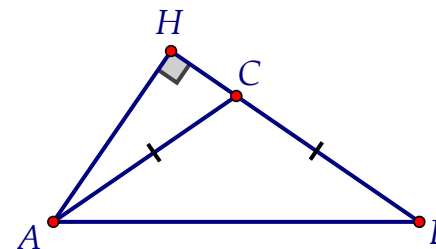
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

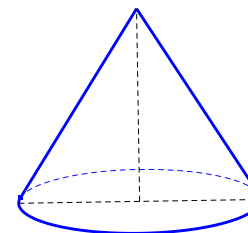
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC  $AC = BC$ ,  $AB = 20$ , высота  $AH$  равна 8. Найдите синус угла BAC.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Высота конуса равна 12, а диаметр основания равен 70. Найдите длину образующей конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В группе туристов 300 человек. Их вертолёт доставляют в труднодоступный район, перевозя по 15 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В. полетит первым рейсом вертолёта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,9. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $\sqrt{54 - 3x} = x$ .

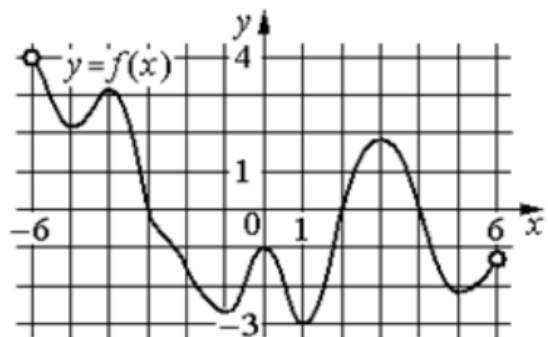
Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\frac{-7 \cos 387^\circ}{\cos 27^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 6)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[-4,5; 2,5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 66$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 24$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние (в км) от

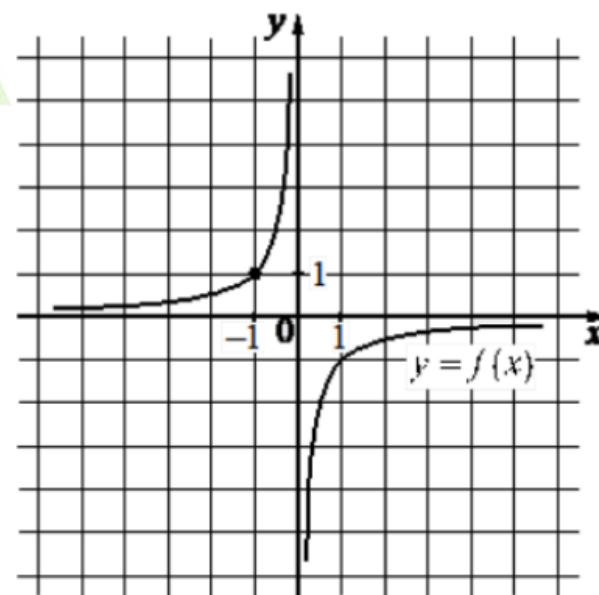
мотоциклиста до города вычисляется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  – время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 36 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите  $f(10)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку минимума функции  $y = (x+13)^2(x-2) - 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12. а) Решите уравнение

$$\sqrt{2} \cdot \sin^3\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sqrt{2} \cdot \cos(\pi - x) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 0$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

13. На ребре  $AA_1$  правильной четырёхугольной призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечена точка  $K$ , причём  $AK:KA_1=1:2$ . Через точки  $K$  и  $B$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $AC$  и пересекающая ребро  $DD_1$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что  $DM:MD_1=2:1$ .

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $\alpha$ , если  $AB=4$ ,  $AA_1=6$ .

14. Решите неравенство:  $\frac{31-5 \cdot 2^x}{4^x - 24 \cdot 2^x + 128} \geq 0,25$

15. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,8 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку в первые 12 месяцев?

16. В трапеции  $ABCD$  точка  $E$  – середина основания  $AD$ , точка  $M$  – середина стороны  $AB$ .

а) Докажите, что площади четырехугольника  $AMOE$  и треугольника  $COD$  равны, если  $O$  – точка пересечения отрезков  $CE$  и  $DM$ .

б) Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырехугольника  $AMOE$ , если  $BC = 5$ ,  $AD = 7$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x^2 + 5x + 4| - 9x^2 + 5x + 4 - 10x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a+1)x + a(a+2) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. В корзине 77 дынь, масса каждой выражается целым числом граммов. Средняя масса дынь, которые легче 3000 граммов, равна 2770 граммов, а средняя масса дынь, которые тяжелее 3000 граммов, равна 3020 граммов. Средняя масса всех 77 дынь равна 3000 граммов.

а) Может ли дынь с массой меньше 3000 граммов быть столько же, сколько и дынь с массой больше 3000 граммов?

б) Может ли дынь массой 3000 граммов быть ровно 11?

в) Какую наименьшую массу (в граммах) может иметь дыня в этой корзине?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*