

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №31

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

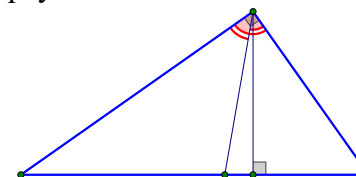
Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

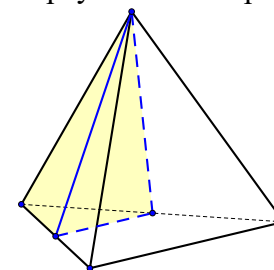
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2. Объём треугольной пирамиды равен 78. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость (см. рисунок). Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.



Ответ: _____.

3. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 40 докладов – первые два дня по 14 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора К. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора К. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____.

4. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 7».

Ответ: _____.

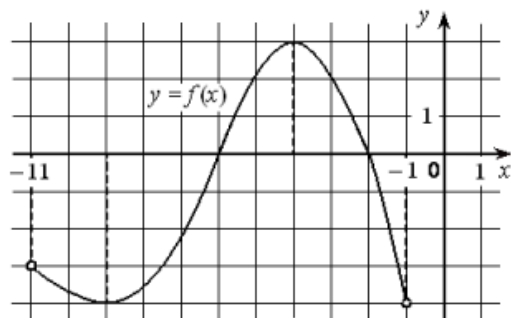
5. Решите уравнение $(x + 13)^2 = 52x$.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\log_8 14}{\log_{64} 14}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-11; -1)$. Найдите точку из отрезка $[-7; -2]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

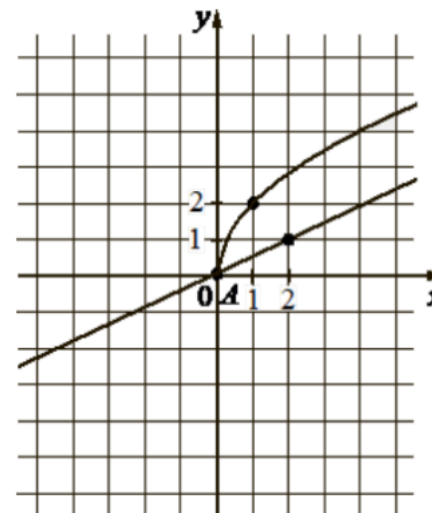
8. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 8,1 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^3$, где p – давление в газе (в Па), V – объём газа (в м^3), $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении p , равном $6,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Ответ: _____.

9. Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 285 литров она заполняет на 4 минуты дольше, чем вторая труба?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

11. Найдите точку максимума функции $y = 1,5x^2 - 51x + 216 \ln x + 3$.

Ответ: _____.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $27^{tg^2 x} + 81 \cdot 27^{-tg^2 x} = 30$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

13. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S и основанием ABC сторона основания равна 9, а высота равна 3. На ребрах AB , AC и AS отмечены соответственно точки M , N и K такие, что $AM = AN = AS$, $AK = 4$.

а) Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.

б) Найдите объем пирамиды $KSBC$.

14. Решите неравенство: $5x^2 \lg^2 x + 4 \lg^2 x + 2x \geq 5x^2 + 4 + 2x \lg^2 x$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга одним платежом;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько месяцев потребуется на погашение кредита, если выплаты по кредиту в 1,5 раза больше суммы кредита?

16. В выпуклом четырехугольнике $KEFQ$ стороны $EF = 4$, $EK = KQ = 2\sqrt{2}$, $FQ = 6$ и $EQ = 5$.

а) Докажите, что вокруг этого четырехугольника можно описать окружность.

б) Найдите диагональ KF .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - (5 - a))^2 + (y - (3a - 2))^2 = 121, \\ x^2 - 4 = y^2 - 4y \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

18. На доске написано 100 различных натуральных чисел с суммой 5140.

а) Может ли среди них записано число 200?

б) Может ли на доске не быть числа 7?

в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 7, может быть на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.