



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №33

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

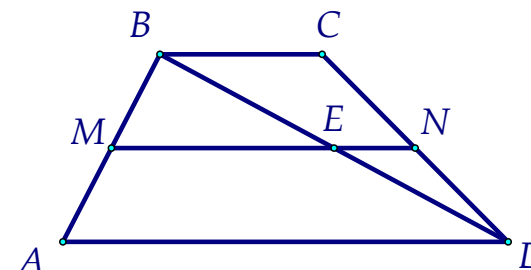
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

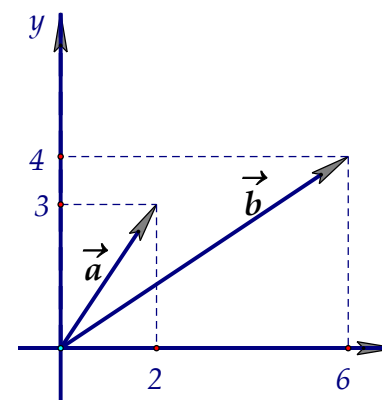
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В трапеции ABCD известны основания $AD = 24$ и $BC = 10$. Найдите длину меньшего из отрезков, на которые средняя линия MN трапеции делится ее диагональю BD.



Ответ: _____.

2. Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



Ответ: _____.

3. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Найдите угол ACA_1 , если боковое ребро BB_1 равно 10, а высота одного из оснований равна 15.

Ответ: _____.

4. Из 20 билетов, предлагаемых на экзамене, школьник может ответить только на 17. Найдите вероятность того, что школьник не сможет ответить на выбранный наугад билет.

Ответ: _____.

5. Наташа бросила игральную кость 2 раза. Известно, что в сумме выпало 10 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

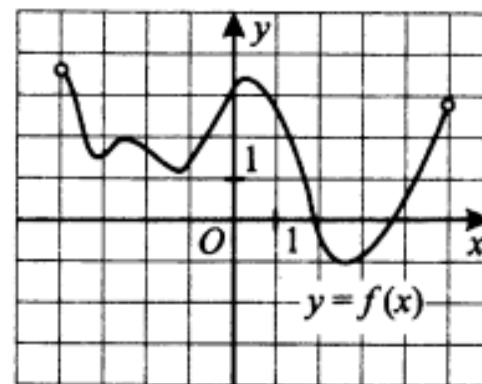
6. Решите уравнение $x^2 + 2x - 15 + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-2}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sin 43^\circ + \cos 14^\circ}{-\sin 137^\circ + \cos 166^\circ}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

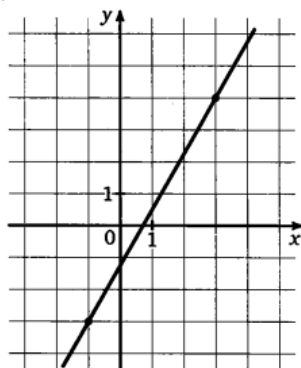
9. Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Ответ выразите в секундах.

Ответ: _____.

10. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 1 мин. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -13,5$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 - 10x^3 + 25x$ на отрезке $[-2; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin^2 2x - \cos^2 x = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

14. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 5$ и $BC = 3$. Точка M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $A_1 M : MD_1 = 2 : 3$, а точка K – середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что плоскость MKC параллельна прямой BD .

б) Найдите тангенс угла между плоскостью MKC и плоскостью основания призмы, если $\angle MKC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.

15. Решите неравенство: $\frac{\lg^2 x + 2 \lg x - 6}{\lg x} < 1$

16. В июле планируется взять кредит в банке на целое число миллионов рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый июнь долг возрастает на 10% по сравнению с началом данного года;

– с июля по декабрь 1-го, 2-го, 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг равным первоначальному;

– с июля по декабрь 5-го и 6-го годов необходимо выплатить одинаковые суммы так, чтобы весь долг был погашен полностью.

Найдите наименьший размер кредита (в млн рублей), при котором общая сумма выплат заемщика будет не менее 14 млн рублей.

17. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 7$, $BC = 10$ и $AC = 12$. Биссектрисы AD и BE пересекаются в точке N .

а) Докажите, что $BD : AE = 85 : 114$.

б) Найдите отношение площадей треугольников ABN и ABC .

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из уравнение

$$\frac{x^2 + (3 - 2a)x + 4a - 10}{\sqrt{2x^2 - 2x - 1}} = 0$$

имеет единственное решение.

19. На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 7.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 231?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 1590?

в) Какое наибольшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1056?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

