



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №37

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

*Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

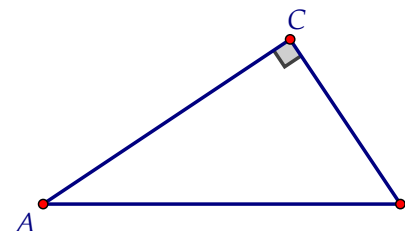
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $AB = 32$ ,  $BC = 8$ . Найдите  $\sin \angle A$ .

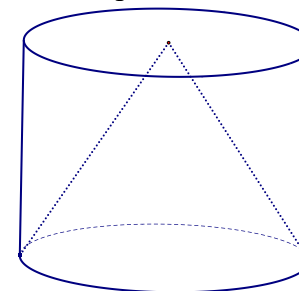


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{a}\{5;-2\}$ ,  $\vec{b}\{3;4\}$  и  $\vec{c}\{1;-3\}$ . Найдите скалярное произведение векторов  $(2\vec{b} - \vec{c}) \cdot \vec{a}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Цилиндр и конус имеют общие основания и высоту. Объем конуса равен 75. Найдите объем цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В магазине в коробке 24 одинаковые авторучки, из них 13 авторучек красные, 5 – зеленые, остальные синие. Найдите вероятность того, что извлеченная ручка либо синяя, либо зеленая. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. На кассе в магазине продают леденцы. В какой-то момент в коробке осталось 10 красных, 9 синих и 6 зеленых леденцов. Таня, Ваня и Маня по очереди покупают по одному леденцу. Кассир не глядя достает леденцы из коробки. Найдите вероятность того, что Таня получит зеленый леденец, Ваня – красный, а Маня – синий. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: \_\_\_\_\_.

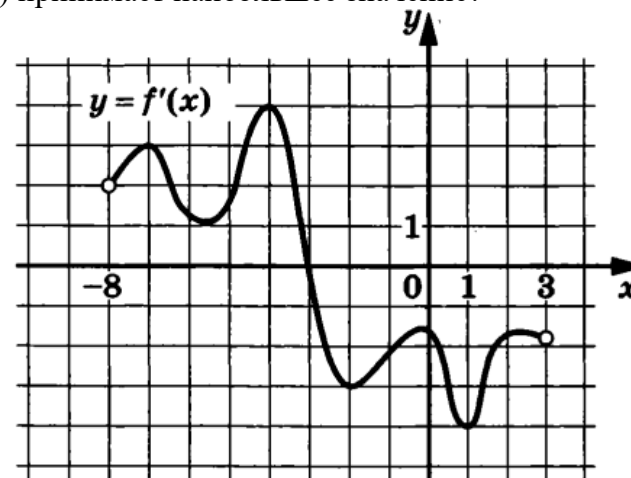
6. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+13} = 32$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите  $\frac{3}{\sin 2\alpha}$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . В какой точке отрезка  $[-5; 0]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

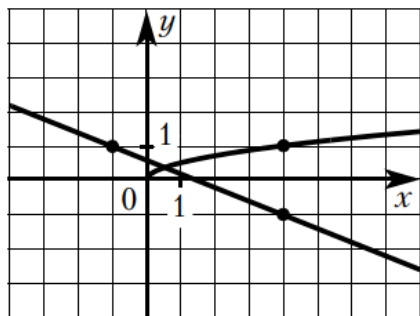
9. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  – давление газа (в Па),  $V$  – объем газа (в  $\text{м}^3$ ),  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объем  $V$  (в  $\text{м}^3$ ) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $6,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Школьник проехал на велосипеде 60 км из пункта А в пункт В. На обратном пути он первый час проехал с прежней скоростью, после чего сделал остановку на 20 мин. Начав движение снова, он увеличил скорость на 4 км/ч и поэтому потратил на путь из В в А столько же времени, сколько и на путь из А в В. Определите скорость школьника при движении на велосипеде на пути из А в В? Ответ запишите в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точке А. Найдите ординату точки А.



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку максимума функции  $f(x) = x^2 - 22x + 144 \ln(x + 11)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $2\cos\left(x - \frac{11\pi}{2}\right) \cdot \cos x + \sin(-x) = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $[3\pi; \frac{11\pi}{2}]$ .

14. Дана пирамида  $SABC$ , в которой  $AB = AC = 25$ ,  $SB = SC = 13$ ,  $BC = 14$ ,  $SA = 24$ .

а) Докажите, что прямая  $SA$  перпендикулярна прямой  $BC$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $SBC$  и  $ABC$ .

15. Решите неравенство:

$$\frac{5}{4^{2x} - 1} \leq \frac{1}{4^x - 1}$$

16. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме того, в начале второго и третьего годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 21 млн рублей.

17. Продолжения боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ , а ее диагонали пересекаются в точке  $K$ . Прямая  $PK$  пересекает основание  $AD$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что точка  $M$  – середина основания  $AD$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABK$ , если площадь трапеции  $ABCD$  равна 100, а меньшее из ее оснований  $BC$  относится к большему основанию  $AD$  как 3 : 7.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - 5)^2 + (y - 7)^2 = 9, \\ y = |3x - a| + 2 \end{cases}$$

имеет четыре решения.

**19.** Из трехзначного числа вычитают сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

а) Может ли в результате получиться 186?

б) Может ли в результате получиться 191?

в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 250 до 900 включительно?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

