



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №38

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

#### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

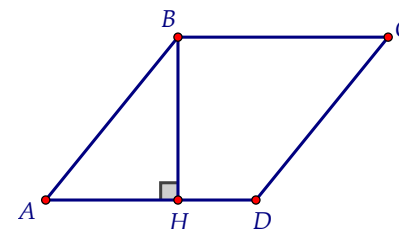
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите площадь ромба, если его высота равна 10, а один из углов равен  $30^\circ$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Диагонали ромба ABCD равны:  $AC = 9$ ,  $BD = 40$ . Найдите длину вектора  $\vec{AC} + \vec{BD}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Объем цилиндра равен 24. Дан второй цилиндр, у которого высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого цилиндра. Найдите объем второго цилиндра.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно 2 раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Телефон передает SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,9. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не более двух попыток.

Ответ: \_\_\_\_\_.

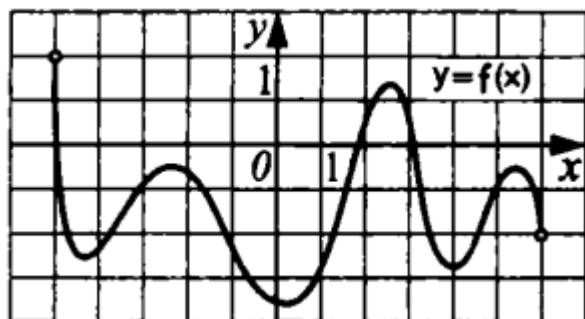
6. Решите уравнение  $\sqrt[3]{x+23} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $2\sqrt{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sqrt{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график  $y = f(x)$ , которая определена на промежутке  $(-5; 6)$ . Найдите число корней уравнения  $f'(x) = 0$  на промежутке  $(-4; 5)$ , если  $f'(x)$  – производная функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 620 МГц. Скорость погружения батискафа (в м/с) определяется по формуле  $V = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ ,

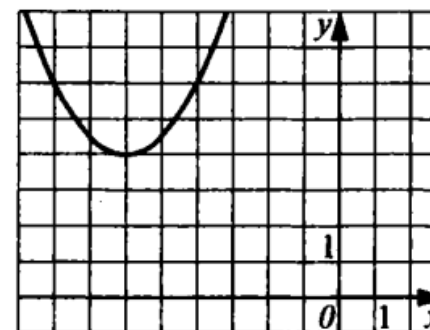
где  $c = 1500$  м/с – скорость звука в воде,  $f_0$  – частота испускаемых импульсов,  $f$  – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала  $f$ , если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 16 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 4 дня?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = \frac{a}{2}x^2 + bx + c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  – целые. Найдите значение  $f(-46)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 12x - 7 \sin x + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13. а) Решите уравнение  $\sin x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \sin^2 x = \sin x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

14. В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD = 7$  и  $BC = 4$ . Точка  $M$  делит ребро  $A_1 D_1$  в отношении  $A_1 M : MD_1 = 3 : 4$ , а точка  $K$  – середина ребра  $DD_1$ .

а) Докажите, что плоскость  $MKC$  параллельна прямой  $BD$ .

б) Найдите тангенс угла между плоскостью  $MKC$  и плоскостью основания призмы, если  $\angle MKC = 90^\circ$ ,  $\angle ADC = 60^\circ$ .

15. Решите неравенство: 
$$\frac{100^{x^2+2x-12} - 0,1^{3x^2-4x-101}}{0,04 \cdot 25^{25x-4} - 1} \leq 0$$

16. В сентябре планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по август каждого года необходимо выплачивать часть долга.

Найдите  $r$ , если известно, что при условии ежегодных выплат в размере 665500 рублей кредит будет полностью погашен за 4 года, а при условии ежегодных выплат в размере 1215500 рублей кредит будет полностью погашен за 2 года.

17. Окружность проходит через вершины  $A$ ,  $C$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  и пересекает продолжения сторон  $AB$  и  $BC$  за точку  $B$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно.

а) Докажите, что  $DM = DN$ .

б) Найдите радиус данной окружности, если  $AB = 2$ ,  $BC = 6$ ,  $BM = 4$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 + (2a - 3)x^2 + 4a^2} = x^2 + 3x - 2a$$

имеет ровно три различных корня.

19. Отношение трехзначного числа к удвоенной сумме его цифр является целым числом.

а) Может ли это отношение равняться 25?

б) Может ли это отношение равняться 44?

в) Какое наименьшее значение может принимать это отношение, если первая цифра трехзначного числа равна 8?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*