

# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 3

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

#### Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

### Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение  $\cos\left(\frac{\pi x}{4} - \frac{11\pi}{8}\right) = 0$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что решка выпадет не менее двух раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 2. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

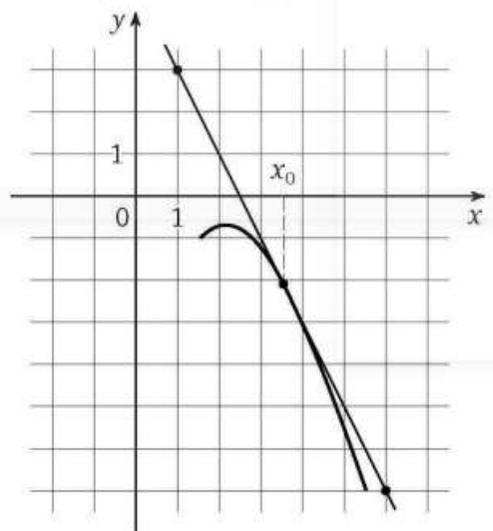
4. Вычислите  $6^{\log_{16} 25} - 5^{\log_4 6} + \log_5 \sqrt{5}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Образующая конуса наклонена к основанию под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь основания конуса, если площадь его боковой поверхности равна 84.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в его точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

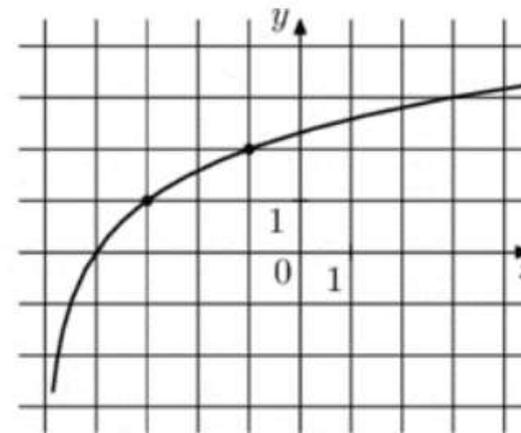
7. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,8 + 12t - 5t^2$ , где  $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее четырех метров?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Писатель хочет набрать на компьютере рукопись объемом 480 страниц. Если он будет набирать на 10 страниц больше, чем запланировал, то закончит работу на 4 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать на компьютере писатель?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. На рисунке изображен график функции  $f(x) = \log_a(x+b)$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 4$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На кассе универсама продаются леденцы. В какой-то момент в коробке осталось 10 красных, 9 синих и 6 зеленых леденцов. Таня, Ваня и Маня по очереди именно в таком порядке покупают по одному леденцу. Кассир не глядя достает леденцы из коробки. Найдите вероятность того, что Таня и Маня получат синие леденцы, а Ваня – красный. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2x + \frac{128}{x} + 16 \text{ на отрезке } [0,5; 19]$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{7}\cos x$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; 4\pi\right]$

13. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD сторона основания  $AD = 12$ , а высота равна 3. На ребрах AB, CD, AS отмечены точки E, F и K соответственно, причем  $AE = DF = 4$ ,  $AK = 3$ .

а) Докажите, что плоскости KEF и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC.

14. Решите неравенство:

$$\log_{3+x}(1-2x) \cdot \log_{1-2x} x^2 \leq \log_{3+x}(1-3x) \cdot \log_{1-3x}(2-x)$$

15. 20 мая 2023 года предприятие планирует взять в кредит  $S$  млн рублей на 4 года, где  $S$  – целое число. Условия его возврата таковы:

– каждый июнь долг возрастает на 24% по сравнению со значением в конце мая;

– с сентября по декабрь необходимо выплатить часть долга;

– 20 мая каждого года, последующего за годом получения кредита, долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Дата	20.05.2023	20.05.2024	20.05.2025	20.05.2026	20.05.2027
Долг	$S$	$0,8S$	$0,5S$	$0,2S$	$0$

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором сумма наибольшей и наименьшей выплат не меньше 300 млн рублей.

16. Через центр  $O$  вписанной в треугольник  $ABC$  окружности проведена прямая, параллельная стороне  $BC$  и пересекающая стороны  $AB$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Известно, что  $BC = \sqrt[4]{2}$ , периметр треугольника  $AMN$  равен  $3\sqrt[4]{2}$ , а длина отрезка  $AO$  втрое больше радиуса вписанной в треугольник  $ABC$  окружности.

а) Докажите, что периметр треугольника  $AMN$  равен сумме длин сторон  $AB$  и  $AC$ .

б) Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 - 2xy - 10y + 16x + 16 = 0, \\ 2^x - 16 \leq 0, \\ \frac{2ax - y - 5a}{x - 1} = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ ).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 16?

б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 900?

в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 235.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.