



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №39

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

*Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

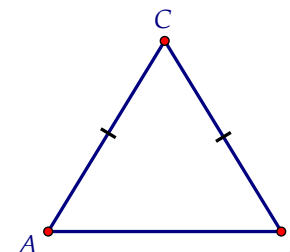
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC  $AC = BC = 10$ ,  $AB = 16$ . Найдите  $\sin A$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Сторона квадрата ABCD равна 6. Найдите скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 6, а длина бокового ребра равна 4. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В каждой четвертой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Аня покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Аня не найдет приз в своей банке.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. В банке рядом друг с другом стоят два банкомата – старый и новый. Вероятность того, что в течение дня в старом банкомате закончатся денежные купюры, равна 0,2. Вероятность того, что купюры закончатся в новом банкомате, равна 0,1. В двух банкоматах купюры могут закончиться с вероятностью 0,05. Найдите вероятность того, что в течение дня купюры не закончатся ни в одном из банкоматов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

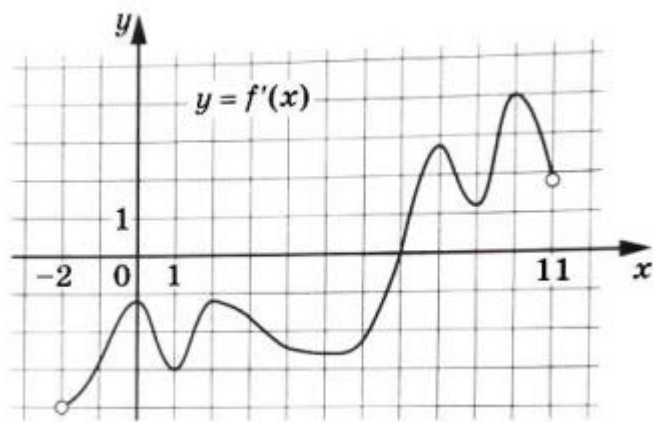
6. Решите уравнение  $\sqrt{60-7x} = 6-x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наибольший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{5,6} \cdot \sqrt{2,4}}{\sqrt{0,21}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ ., определенной на интервале  $(-2;11)$ . В какой точке отрезка  $[-1;5]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

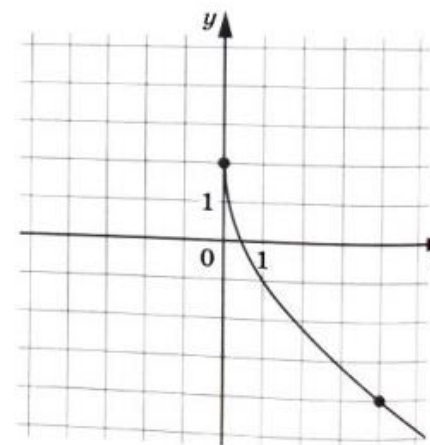
9. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки используется линза с фокусным расстоянием  $f$ , равным 20 см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 20 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . На каком наименьшем расстоянии  $d_1$  (в см) от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Влажность свежескошенной травы составила 75%. Сколько килограммов сена, влажность которого 20%, получится из 4 тонн этой травы?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = k\sqrt{x} + p$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -10$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 0,4x\sqrt{x} - 3x + 2$  на отрезке  $[16; 36]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13. а) Решите уравнение  $\sin(3\pi - 2x) = 2\sqrt{3} \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

14. В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит треугольник  $ABC$  сторонами  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$ , равными соответственно 8, 7, 3. Точка  $D$  – середина ребра  $A_1B_1$ . Точка  $F$  делит ребро  $AC$  в отношении  $CF : FA = 1 : 2$ .

а) Докажите, что  $DF \perp AC$ .

б) Найдите угол между прямой  $DF$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AA_1 = 9$ .

15. Решите неравенство: 
$$\frac{9^x - 7 \cdot 3^x + 10}{9^x - 8 \cdot 3^x + 15} \leq \frac{3^x - 5}{3^x - 3} + \frac{1}{3^x - 4}$$

16. Предприниматель Александр взял в банке кредит 500 тыс. рублей на 4 года. Условия погашения кредита таковы: по прошествии каждого года банк начисляет 20% на долг, который имеет предприниматель на конец этого года. После этого предприниматель вносит ежегодный платеж, который одинаков во все годы, кроме четвертого, в котором платеж равен 163,2 тыс. рублей, и этим закрывается кредит.

Найдите общую сумму выплат (в тыс. рублей) предпринимателя за 4 года?

17. В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ . Точки  $Q$ ,  $T$  и  $P$  – середины сторон  $AB$ ,  $CD$  и  $AD$  трапеции соответственно. Отрезки  $AT$ ,  $BP$  и  $QD$  ограничивают треугольник  $KLM$ , где  $K$ ,  $L$  и  $M$  – точки пересечения отрезков  $AT$  и  $BP$ ,  $BP$  и  $QD$ ,  $AT$  и  $QD$  соответственно.

а) Докажите, что  $S_{\triangle KLM} = \frac{1}{7} S_{\triangle KLT}$ .

б) Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , если  $S_{\triangle KLM} = 3$ .

18. Найдите все неотрицательные значения параметра  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 3, \\ (x - 6)^2 + (y + 1)^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Карина выписывает в тетрадь 200 таких различных натуральных чисел, что их сумма равна 20264.

а) Может ли среди них быть число 310?

б) Может ли среди выписанных чисел не быть числа 17?

в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 17, могло быть выписано?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*