



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №40

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

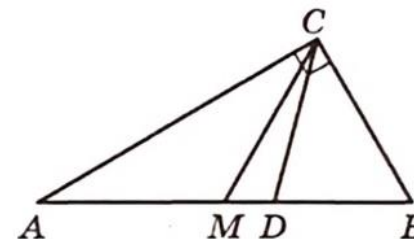
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

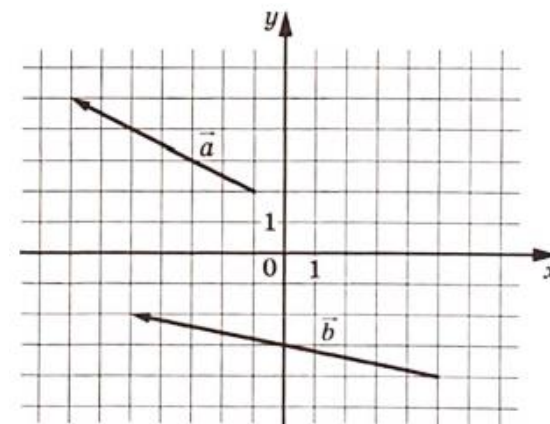
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Угол между биссектрисой CD и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла C треугольника ABC, равен  $10^\circ$ . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



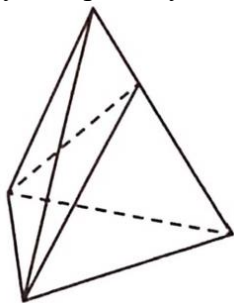
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Объем треугольной пирамиды равен 14. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении 2:5, считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объемов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. За круглый стол на 41 стул в случайном порядке рассаживаются 39 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Охотник Генри попадает в муху на стене с вероятностью 0,6, если стреляет из пристрелянного ружья. Если Генри стреляет из непристрелянного ружья, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежит 12 ружей, из них 9 пристрелянные. Охотник Генри видит на стене муху, наудачу хватает первое попавшееся ружье и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Генри промахнется.

Ответ: \_\_\_\_\_.

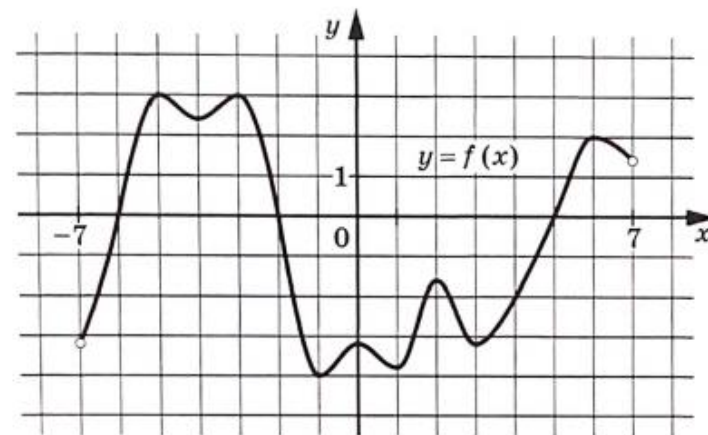
6. Решите уравнение  $\log_4(2x-1) = \log_4(x+3) - 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\frac{-6\sqrt{3}}{\cos 390^\circ \cdot \sin(-750^\circ)}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 7)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_{II} = 15^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой  $T_B = 95^\circ\text{C}$ . Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,3$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  м, вода охлаждается до температуры  $T$ , причем  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_B - T_{II}}{T - T_{II}}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 35 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 2,5$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 180 м.

Ответ: \_\_\_\_\_.

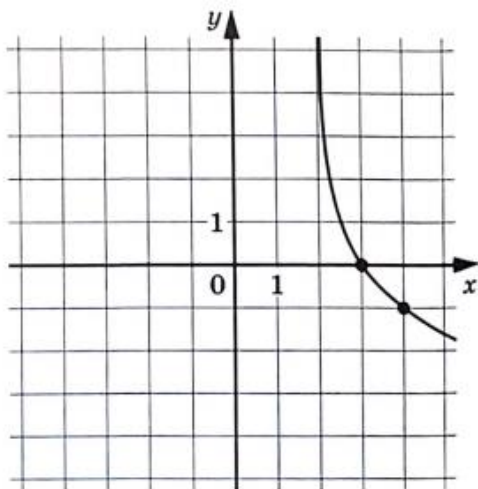
Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

10. Моторная лодка в 5:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 160 км по реке от пункта А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт отправления в 21:00 того же дня. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = \log_a(x-2)$ . Найдите  $f(10)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = -7 \ln(2-x) - 7x + 10$  на отрезке  $[0; 1,3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

13. а) Решите уравнение  $\left(\frac{1}{2023}\right)^{\sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = 2023^{\sin(2\pi-x)}$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

14. Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Прямые  $CA_1$  и  $AB_1$  перпендикулярны.

а) Докажите, что  $AA_1 = AC$ .

б) Найдите расстояние между прямыми  $CA_1$  и  $AB_1$ , если  $AC = 8$ ,  $BC = 4$ .

15. Решите неравенство:

$$\frac{13 - 5 \cdot 3^{\frac{10x}{3} + \frac{8}{3x} - 6}}{9^{\frac{10x}{3} + \frac{8}{3x} - 6} - 12 \cdot 3^{\frac{10x}{3} + \frac{8}{3x} - 6} + 27} \geq \frac{1}{2}$$

16. 15 февраля планируется взять кредит в банке на сумму 2 млн рублей на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число  $x\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую часть взятого кредита в соответствии со следующей таблицей:

Дата	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг	1	0,7	0,5	0,4	0,2	0

Найдите наибольшее целое значение  $x$ , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 2,4 млн рублей

**17.** На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отложены равные отрезки  $AP$  и  $CQ$  соответственно.

а) Докажите, что средняя линия треугольника  $ABC$ , параллельная его основанию  $BC$ , делит отрезок  $PQ$  пополам.

б) Найдите длину отрезка прямой  $PQ$ , заключенного внутри вписанной окружности треугольника  $ABC$ , если  $\angle A = 60^\circ$ ,  $CQ = \sqrt{3}$ ,  $BP = 2\sqrt{3}$ .

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$|a| \cos 2x + \sin x - 3 = -3|a|$$

имеет хотя бы одно решение на интервале  $(\pi; 2\pi)$ .

**19.** На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых или оканчивается на 7, или четное. Сумма всех чисел равна 840.

а) Может ли на доске быть выписано ровно 28 четных чисел?

б) Может ли быть выписано ровно 17 чисел, оканчивающихся на 7?

в) Найдите наибольшее возможное количество чисел, оканчивающихся на 7, среди выписанных.

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

