



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №41

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

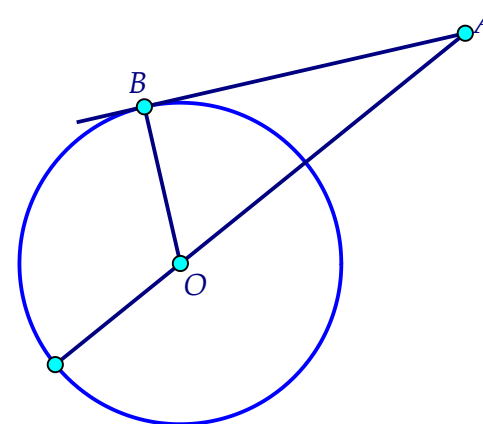
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. К окружности с центром O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите диаметр окружности, если $AB = 40$, $AO = 85$.



Ответ: _____.

2. На координатной плоскости построен параллелограмм, в котором $\angle ABC = 120^\circ$. Найдите скалярное произведение $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$, если площадь параллелограмма ABCD равна $13\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

3. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если стороны ее основания равны 6, а площадь поверхности равна 192.

Ответ: _____.

4. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 50 докладов – в первый день 6 докладов, остальные распределены поровну между остальными днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным не на второй день конференции?

Ответ: _____.

5. Участнику отборочного тура соревнований по стрельбе на поражение четырех мишеней дается 5 патронов. Участник выходит в основной тур соревнований, если он поразит все мишени. Стрелок вышел в основной тур. Найдите вероятность того, что он поразил все мишени с первого раза, если для него вероятность попадания в мишень одним выстрелом равна 0,6. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $4^{x^2+16} = \left(\frac{1}{16}\right)^{4x}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\log_6 8 \cdot (\log_8 12 + \log_8 3)$.

Ответ: _____.

8. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 - 3t + 15,$$

где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, прошедшее с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 7$ с.

Ответ: _____.

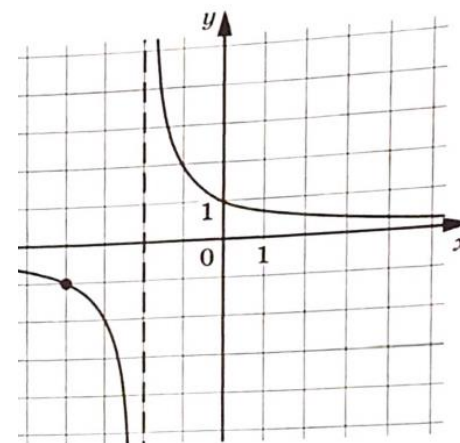
9. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска, $h_0 = 1,4$ и $v_0 = 14$ – соответственно начальные высота (в метрах) и скорость (в м/с) мяча, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

Ответ: _____.

10. Первый час автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, затем 2 часа со скоростью 120 км/ч, а следующие 2 часа с такой скоростью, что средняя скорость автомобиля на всем пути составила 92 км/ч. Найдите, с какой скоростью автомобиль двигался последние два часа своего пути. Ответ запишите в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f(-7)$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = (2x^2 + 8x + 2) \cdot e^{x+5}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2.

Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $216^x - 37 \cdot 6^{x+1} + 6^{4-x} = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 4; \log_5 12]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD сторона основания равна 18, а высота SO равна 40. Точка L – середина бокового ребра SC, точка M – середина ребра CD. Плоскость ABL пересекает боковое ребро SD в точке T.

а) Докажите, что прямая LT пересекает отрезок SM в его середине.

б) Найдите расстояние от точки L до плоскости ABS.

15. Решите неравенство: $\left(\frac{11}{5}\right)^{\frac{x^2+3x-1}{x+2}} \geq \frac{2}{5} \cdot (5,5)^{x+1-\frac{3}{x+2}}$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 650 тыс. рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 19% по сравнению с концом предыдущего года;
 - в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

17. Через вершину A остроугольного треугольника ABC проведена касательная l к окружности, описанной около этого треугольника. Точки P и Q – основания перпендикуляров, опущенных из точек B и C соответственно на прямую l , AH – высота треугольника ABC.

а) Докажите, что $\frac{PB}{QC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2$.

б) Найдите QC, если $AH = 4\sqrt{2}$, а $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{2-a-3x} \lg(4x^2 - a^2) = \sqrt{2-a-3x} \lg(2x+a)$$

имеет единственный корень на отрезке $[-1; 1]$.

19. На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 30 и меньше 80.

а) Может ли на доске быть 4 числа?

б) Может ли на доске быть 5 чисел?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их три?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.