



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №42

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

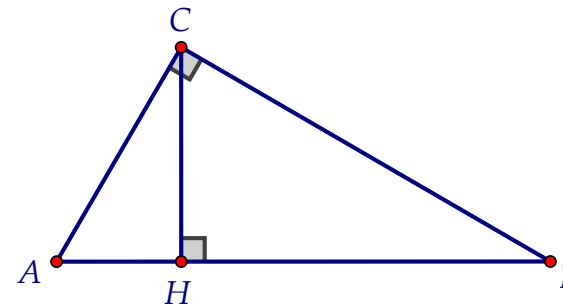
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

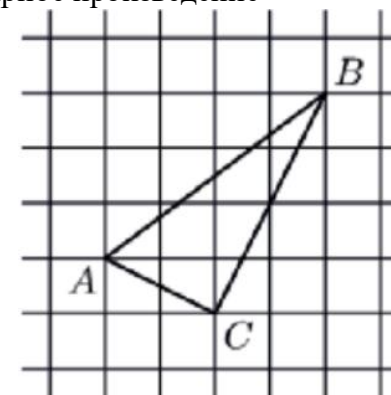
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AB = 32$, $\sin A = \frac{3}{4}$. Найдите BH.



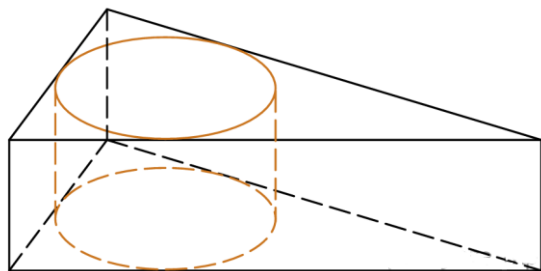
Ответ: _____.

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



Ответ: _____.

3. Цилиндр вписан в правильную треугольную призму. Радиус основания цилиндра равен $4\sqrt{3}$, а высота равна 7. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



Ответ: _____.

4. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллельность плоскостей», равна 0,31. Вероятность того, что это вопрос по теме «Правильные многоугольники», равна 0,08. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем?

Ответ: _____.

5. Два завода производят одинаковые велосипеды. Первый завод производит 51% велосипедов, а второй – 49%. Первый завод выпускает 2,5 % бракованных велосипедов, а второй – 1,5%. Найдите вероятность того, что случайно купленный в магазине велосипед окажется с браком.

Ответ: _____.

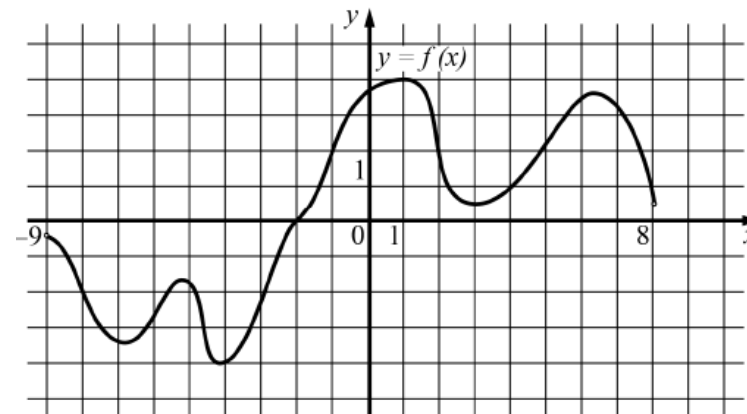
6. Решите уравнение $5^{\log_{25}(7x-7)} = 7$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения: $-9\sqrt{3} \cos(-210^\circ)$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 10$.



Ответ: _____.

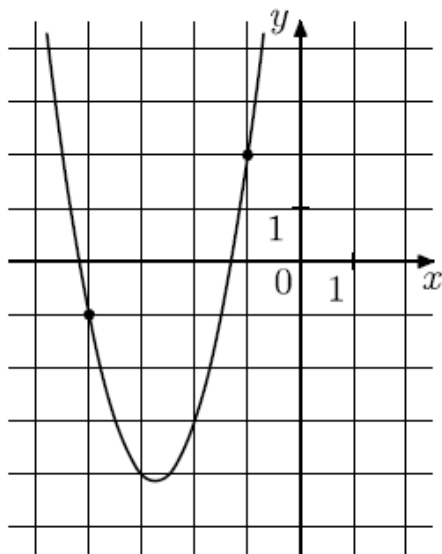
9. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_2} \cdot 100\%$, где T_1 – температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 40%, если температура холодильника $T_2 = 330$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

10. Два мотоциклиста отправляются одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 26 км. Скорость одного из них на 39 км/ч больше скорости другого. Через сколько минут после начал движения мотоциклисты поравняются в первый раз?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + 11$.
Найдите значение $f(0,5)$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{1}{3}x\sqrt{x} + 4x + 2$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\frac{25^{\cos 2x} - 25^{\cos x}}{\sqrt{5 \sin x}} = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -\frac{9\pi}{2}\right]$.

14. В конусе с вершиной S проведены образующие SP и ST так, что центр основания O не лежит на прямой PT. На отрезке SP отмечена точка K. Проведена прямая KL, параллельная ST, точка L лежит в основании конуса. Известно, что $PT \perp OL$.

а) Докажите, что K – середина SP.

б) Найдите угол между прямой KT и плоскостью основания, если $PT = 6$, диаметр основания равен 36, а высота конуса равна $6\sqrt{11}$.

15. Решите неравенство: $\frac{2 \log_3(x^2 - 2x - 8)}{\log_3(x + 2)^2} \leq 1$

16. В августе планируется взять кредит в банке на сумму 3 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июль каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в августе каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на август предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 5,1 млн рублей?

17. Большее основание AD трапеции $ABCD$ равно 8. Углы при этом основании равны по 75° . Угол между меньшим основанием и одной из диагоналей равен 45° .

а) Докажите, что $AB^2 = AO^2 + OB^2$, где O – точка пересечения диагоналей.

б) Найдите площадь трапеции $ABCD$.

18. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + a| + |y - a| + |a + 1 + x| + |a + 1 - y| = 2, \\ y = 2|x - 4| - 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. По кругу записано несколько (два или более) различных натуральных чисел. Каждое число или в три раза больше соседнего слева числа, или на два меньше.

а) Могут ли быть выписаны и число 5, и число 6?

б) Могут ли быть выписаны ровно семь чисел?

в) Какое максимальное значение может иметь наибольшее из выписанных чисел, если сумма всех написанных чисел не превосходит 2021?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.