



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №43

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

#### Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

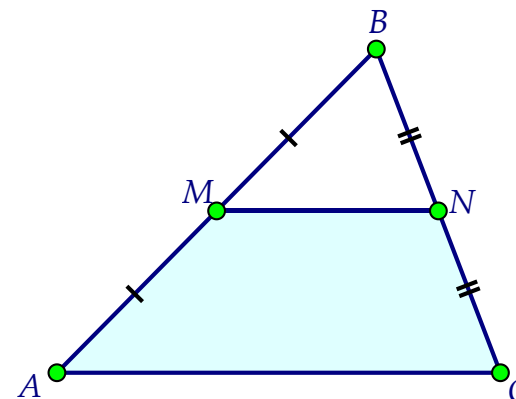
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Площадь треугольника ABC равна 20. MN – средняя линия, параллельная стороне AC. Найдите площадь четырехугольника AMNC.



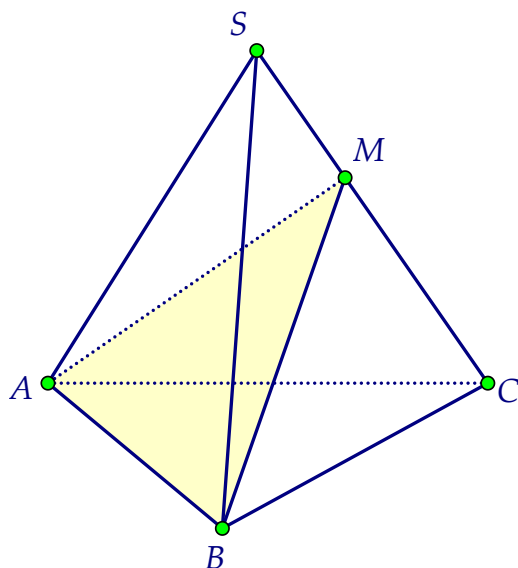
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{m}(8;5)$ ,  $\vec{n}(-4;-7)$ ,  $\vec{k}(-2;3)$ ,  $\vec{p}(-1;-1)$ .

Найдите скалярное произведение  $(\vec{m} + \vec{n}) \cdot (\vec{k} + \vec{p})$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Объем треугольной пирамиды равен 63. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей ее в отношении 4:5, считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объемов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Из множества натуральных чисел от 30 до 45 наудачу выбирают одно число. Найдите вероятность того, что оно делится на 4.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Всем пациентам с подозрением на корь делают анализ крови. Если анализ выявляет корь, то результат анализа называется положительным. У больных корью пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен корью, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,07. Известно, что 82% пациентов, поступающих с подозрением на корь, действительно больны корью. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на корь, не будет положительным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

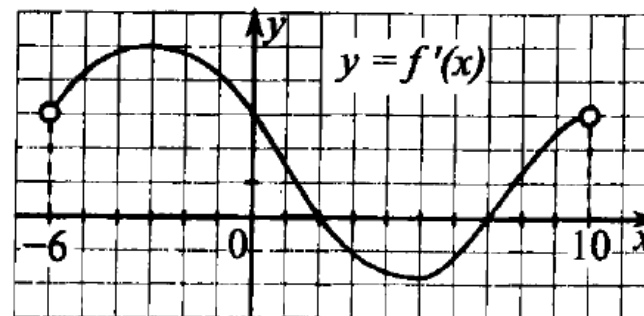
6. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi(x+2)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения:  $\frac{\sqrt[5]{112} \cdot \sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{7}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 10)$ . Найдите точку минимума функции на указанном промежутке.



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу со скоростью  $v = 5 \text{ м/с}$ , под острым углом  $\alpha$  к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью  $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$  (м/с), где  $m = 50 \text{ кг}$  – масса скейтбордиста со скейтом, а  $M = 950 \text{ кг}$  – масса платформы. Под каким максимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,125 м/с?

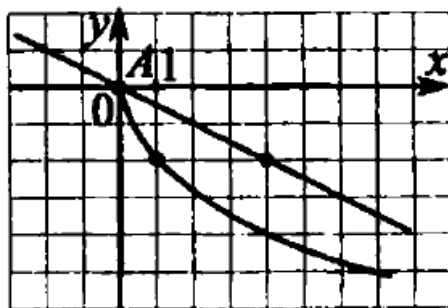
Ответ: \_\_\_\_\_.

Часть 2

10. Пассажирский поезд каждую минуту проезжает на 800 метров меньше, чем скорый, а на путь 240 километров тратит времени на 2,5 часа больше, чем скорый. Найдите скорость пассажирского поезда. Ответ выразите в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{x^2 + 9}{x}$  на отрезке  $[1; 7]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_2 \left( 2 \sin \left( 2x + \frac{\pi}{6} \right) - 2\sqrt{3} \cos x - \sqrt{3} \sin 2x + 0,5 \right) = 2$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ 3\pi; \frac{9\pi}{2} \right]$ .

14. Точка F – середина ребра  $BB_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Докажите, что плоскость AFC параллельна прямой  $B_1 D$ .

б) Найдите расстояние между прямой  $B_1 D$  и плоскостью AFC, если параллелепипед прямоугольный,  $AB = AD = 6$  и  $AA_1 = 16$ .

15. Решите неравенство:  $\log_{x^4} (5x - 4) \geq \log_{5x-4} \left( 5 - \frac{4}{x} \right)$

16. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на 60 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
  - к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Какой долг будет 15 числа 30-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 2734 тысяч рублей?

17. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Точки  $M$  и  $N$  – середины отрезков  $AB$  и  $CH$  соответственно.

а) Докажите, что треугольники  $A_1MB_1$  и  $A_1NB_1$  равнобедренные.

б) Найдите площадь четырехугольника  $A_1MB_1N$ , если  $A_1B_1 = 6$  и  $MN = 4$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|10x + 5| - 6x - 7 - a}{4x^2 - 2x - 2 - a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19. Есть желтые и белые карточки, всего – 100 штук. На каждой написано натуральное число, среднее арифметическое всех чисел равно 32. Все числа на желтых карточках разные. При этом любое число на желтой карточке больше, чем любое число на белой. Все числа на желтых карточках увеличили в 3 раза, после чего среднее арифметическое всех чисел стало равно 94,6.

а) Может ли быть ровно 70 желтых карточек?

б) Могут ли все числа на белых карточках быть различными?

в) Какое наибольшее количество желтых карточек может быть?



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**