



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №45

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

*Справочные материалы*

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

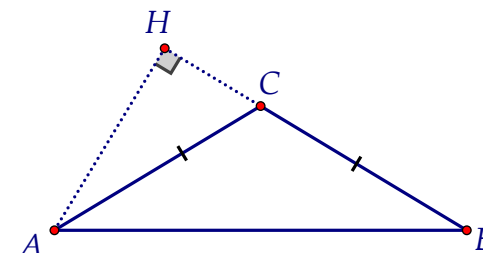
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

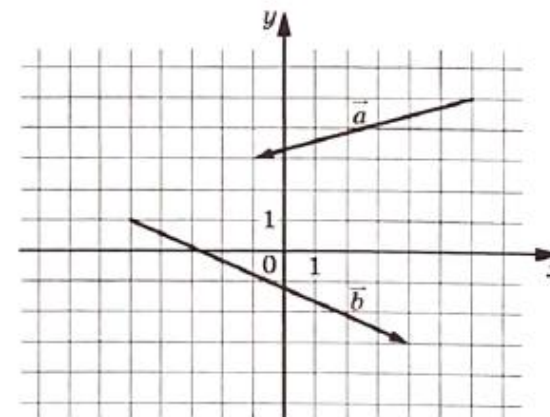
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В тупоугольном треугольнике ABC известно, что  $AC = BC = 10$ , высота AH равна  $\sqrt{51}$ . Найдите косинус угла ACB.



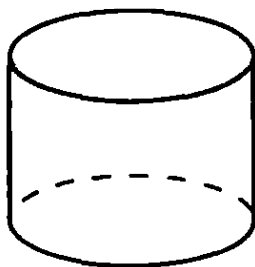
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение этих векторов.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Радиус основания цилиндра равен 6, а высота равна  $\frac{5}{\pi}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В классе 28 учащихся. Среди них три подружки – Лена, Оля и Надя. Класс случайным образом разбивают на две равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Агрофирма закупает муку в двух кооперативах. 60% муки из первого кооператива – мука высшего сорта, а из второго кооператива муки высшего сорта – 20%. При этом выяснилось, что ровно 30% всей закупленной муки является мукой высшего сорта. Найдите вероятность того, что мука, купленная у этой агрофирмы, окажется из первого кооператива.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Решите уравнение  $\sqrt{44+7x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите:  $53\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Прямая  $y = 5x + 2$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 + 8x + 5$ . Найдите  $a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  – длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 153125 Н? Ответ дайте в метрах.

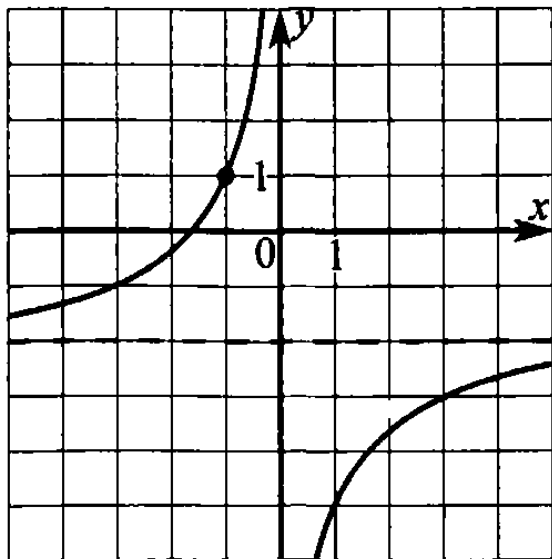
Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На изготовление 200 деталей первый рабочий тратит на 1 час меньше, чем второй рабочий на изготовление 180 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

Часть 2

11. На рисунке изображен график функции  $y = \frac{k}{x} + a$ . Найдите, при каком значении  $x$  значение функции равно  $-2,2$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = -16x + 16\lg x + 4\pi - 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $25^{\sin x} + 25^{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)} = \frac{26}{5}$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14. Точка  $P$  – середина бокового ребра  $SD$  правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$ , точка  $T$  лежит на стороне основания  $AD$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $P$  и  $T$  параллельно боковому ребру  $SB$ .

а) Плоскость  $\alpha$  пересекает ребро  $SC$  в точке  $F$ . Докажите, что  $AT : TD = CF : FS$ .

б) Пусть  $AT : TD = 3 : 2$ . Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость  $\alpha$  разбивает пирамиду.

15. Решите неравенство:

$$\log_{x-1}^2 (2x-3)^2 - 80 \log_{(x-1)^2} (2x-3)^{\frac{1}{2}} + 24 \geq 0$$

16. В мае 2024 года Роман Матвеевич планирует взять кредит на развитие бизнеса на три года в размере 1600000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по апрель каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом;
- платежи в 2025 и 2026 годах должны быть равными;
- к маю 2027 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2637,5 тыс. рублей. Сколько тыс. рублей составит платеж Романа Матвеевича в 2026 году?

17. В прямоугольнике ABCD окружность с центром в точке O касается трех его сторон и при этом не касается стороны CD. Диагональ AC отсекает хорду длиной 2. Известно, что  $AC : AB = \sqrt{13} : 2$ .

а) Докажите, что  $\operatorname{tg} \angle OAC = \frac{1}{5}$ .

б) Найдите периметр прямоугольника ABCD.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 + ax - 6a^2| = |x + 3a|\sqrt{2x - 4a}$$

имеет ровно 2 различных корня.

19. Дробь вида  $\frac{1}{n}$ , где  $n \in \mathbb{N}$  будем называть «красивой».

а) Можно ли число  $\frac{19}{56}$  представить в виде суммы нескольких «красивых» дробей?

б) Сколько существует способов представить дробь  $\frac{1}{35}$  в виде суммы двух различных «красивых» дробей? (Суммы, отличающиеся только порядком слагаемых, считаются одним способом).

в) Учительница написала на доске натуральное число  $k$  и попросила Колю представить число  $\frac{4}{4k+3}$  в виде суммы трех различных «красивых» дробей. Для любого ли числа  $k$  это возможно?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

