



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №47

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

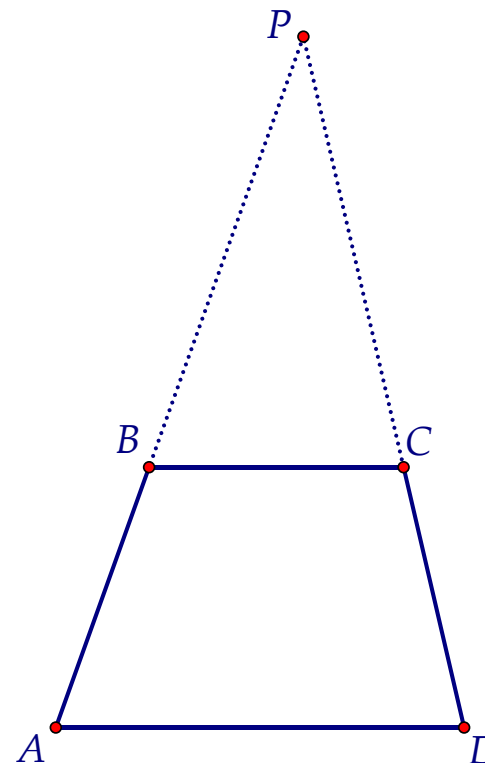
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

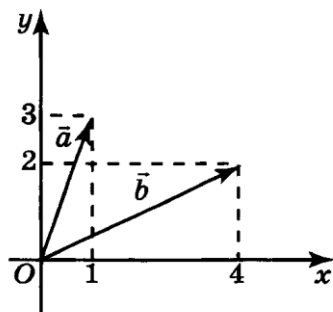
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции ABCD пересекаются в точке P. Площадь треугольника APD равна 32. Найдите площадь трапеции, если известно, что $BC : AD = 5 : 8$.



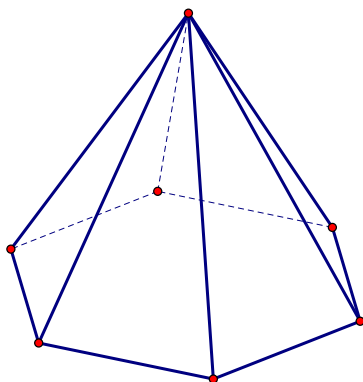
Ответ: _____.

2. Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , изображенными на рисунке.



Ответ: _____.

3. Боковое ребро правильной шестиугольной пирамиды равно 41, а сторона основания – 18. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



Ответ: _____.

4. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^\circ\text{C}$, равна 0,76. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^\circ\text{C}$ или выше.

Ответ: _____.

5. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,5. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше четырех попыток.

Ответ: _____.

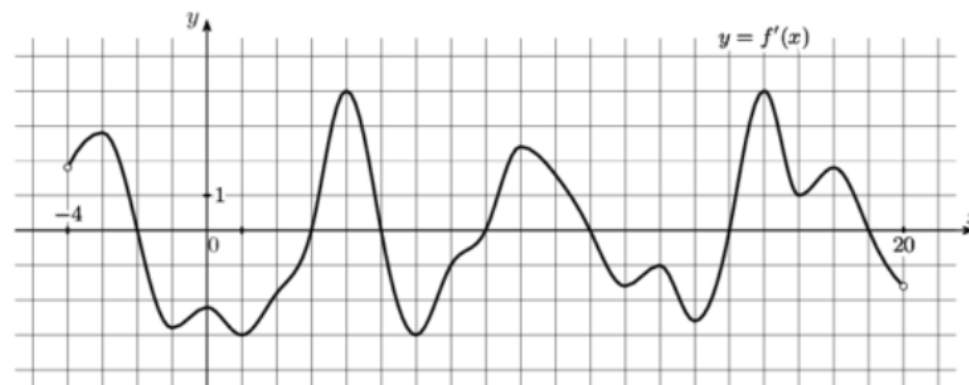
6. Решите уравнение $\left(\frac{1}{6}\right)^{-5+x} = 216$.

Ответ: _____.

7. Найдите $-39\cos\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 20)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 18]$.



Ответ: _____.

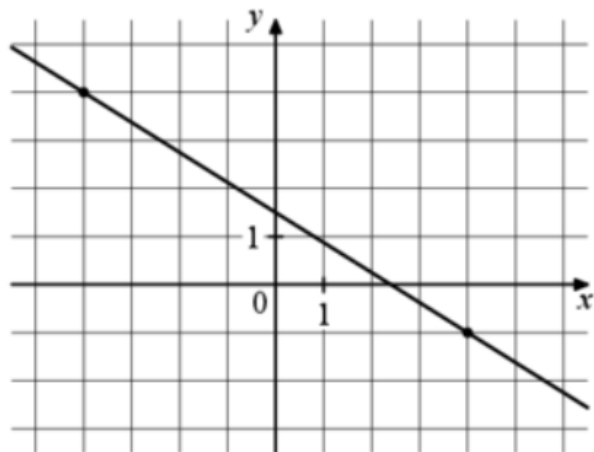
9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ – постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 21 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

10. К 200 граммам сиропа, содержащего 25% сахара добавили 75 граммов воды и некоторое количество сахара. После перемешивания получили сироп, содержащий 28% сахара. Определите, сколько граммов сахара было добавлено.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 11,5$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (3x^2 - 51x + 51) \cdot e^{6-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2 \sin x + 2 \cos(2023\pi - x) = \operatorname{ctg}\left(\frac{2023\pi}{2} - x\right) - 1$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 6$ и диагональю $BD = 10$. Все боковые ребра пирамиды равны 6. На диагонали BD отмечена точка F , а на ребре AS – точка E так, что $SE = BF = 4$.

а) Докажите, что плоскость CFE параллельна ребру SB .

б) Плоскость CFE пересекает ребро SD в точке K . Найдите расстояние от точки K до плоскости ABC .

15. Решите неравенство: $\frac{5^x + 1}{5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5} \geq -\frac{1}{11}$

16. Вклад в размере 120 тыс. рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает текущую сумму вклада на 10%. Кроме того, в начале второго и третьего годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на a тыс. рублей, где a – целое число. Найдите наименьшее значение a , при котором банк за четыре года начислит на вклад не менее 60 тыс. рублей.

17. Окружность касается продолжений сторон AB и BC треугольника ABC соответственно в точках D и E . Точки A , D , E и C лежат на одной окружности, причем точка A лежит между точками B и D , а точка C – между точками B и E .

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $AB = 26$, $AC = 2$.

18. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y = \sqrt{-8 - 6x - x^2} \\ y + ax = a + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.



19. Маша и Наташа делают фотографии. Каждый день каждая девочка делает на одну фотографию больше, чем в предыдущий день. В конце Наташа сделала на 1001 фотографию больше, чем Маша.

а) Могло ли это произойти за 7 дней?

б) Могло ли это произойти за 8 дней?

в) Какое максимальное количество фотографий могла сделать Наташа, если Маша в последний день сделала меньше 40 фотографий?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.