

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 4

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\log_{x-4} 16 = -4$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе запишите наименьший корень уравнения.

Ответ: _____.

2. Фабрика шьёт пиджаки. В среднем на 100 качественных пиджаков 9 пиджаков имеют скрытый дефект (не обнаруженный при контроле). Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине пиджак этой фабрики будет иметь скрытый дефект? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

3. Высота равнобедренной трапеции равна 6, а диагональ равна 10. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____.

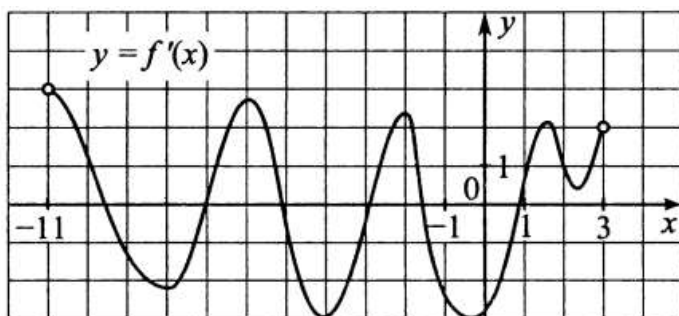
4. Вычислите
$$\frac{8 \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) + 9 \operatorname{tg} (6\pi - x)}{20 \operatorname{ctg} \left(x - \frac{5\pi}{2} \right)}.$$

Ответ: _____.

5. Найдите объем правильной треугольной призмы, если сторона основания равна 4, а боковые ребра равны $2\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x + 1232$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

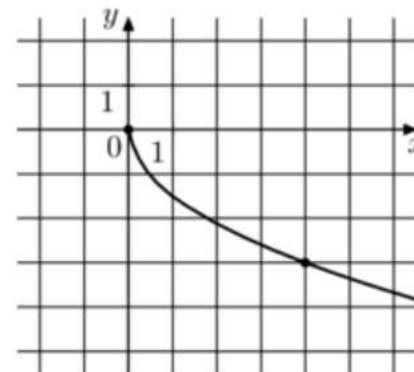
7. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 - давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 - объем газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объем газа равен 256 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объема нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

8. Первые 160 км автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч, следующие 300 км – со скоростью 75 км/ч, а последние 200 км – со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(2,56)$.



Ответ: _____.

10. В новой люстре три светодиодные лампы, которые включаются одновременно, но работают независимо друг от друга. Известно, что каждая отдельная лампа перегорает в течение первого года службы с вероятностью 0,4. Найдите вероятность события «в течение первого года перегорит ровно одна лампа из тех, что были установлены сначала».

Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 17x + 8\cos x + 9$ на отрезке $[-\pi; 0]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\left(4^{2\cos x}\right)^{\frac{\sin x}{\sqrt{3}}} = \left(\sqrt{2}\right)^{4\cos x}$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

13. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Грань AA_1C_1C является квадратом.

а) Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 6$, $BC = 3$.

14. Решите неравенство: $\frac{3^{x+1}}{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x} - \frac{3^x}{2^x - 3^x} \geq 0$

15. Марк Михайлович положил в банк некоторую сумму денег. Через год, после начисления процентов, он добавил на свой счет сумму, составляющую 0,9 исходной, в результате чего остаток на счете стал равен 3400 тысяч рублей. А еще через год, после начисления процентов, остаток на его счете увеличился в 2,2 раза по сравнению с исходной суммой. Какую сумму (в тыс. руб.) Марк Михайлович положил в банк первоначально, если в конце каждого года банк начислял один и тот же процент годовых?

16. Диагонали вписанного в окружность четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E , причем $AD \cdot CE = DC \cdot AE$, $BD = 6$, $\angle ADB = \frac{\pi}{8}$.

- а) Докажите, что отрезок DE является биссектрисой треугольника ADC .
б) Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

17. Найдите все значения x , каждое из которых является решением уравнения

$$\frac{(a-1)\sqrt{3}\sin 2x + (1+\sqrt{3}-a)\cos 2x}{6\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x} = 1$$

при любом значении a из отрезка $[0; 7\sqrt{3}]$.

18. На доске написано 100 различных четных натуральных чисел, сумма которых равна 10800.

- а) Может ли оказаться, что на доске написано число 980?
б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 80?
в) Какое наибольшее количество чисел, кратных 80, может быть написано на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.