



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №49

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

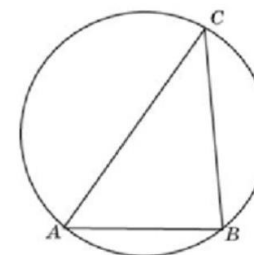
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC сторона AB равна 50, угол C равен  $30^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

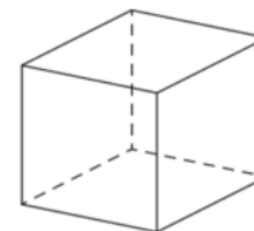


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{a}(13; -10)$ ,  $\vec{b}(25; 6)$  и  $\vec{c}(2; -1)$ . Найдите значение выражения  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Объем куба равен 0,125. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 бадминтонистов, среди которых 16 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. На хлебозаводе выпекают буханки номинальной массой 800 г. Известно, что в среднем 95% буханок весят меньше, чем 810 г, и в среднем 9% буханок весят больше, чем 790 г. Найдите вероятность того, что масса случайно выбранной свежей буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

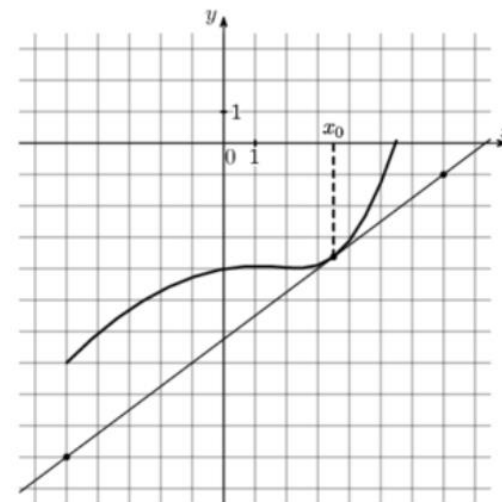
6. Решите уравнение  $\sqrt{-45-14x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\frac{24 \sin 24^\circ \cdot \cos 24^\circ}{\cos 138^\circ}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 5000$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 100 км/ч.

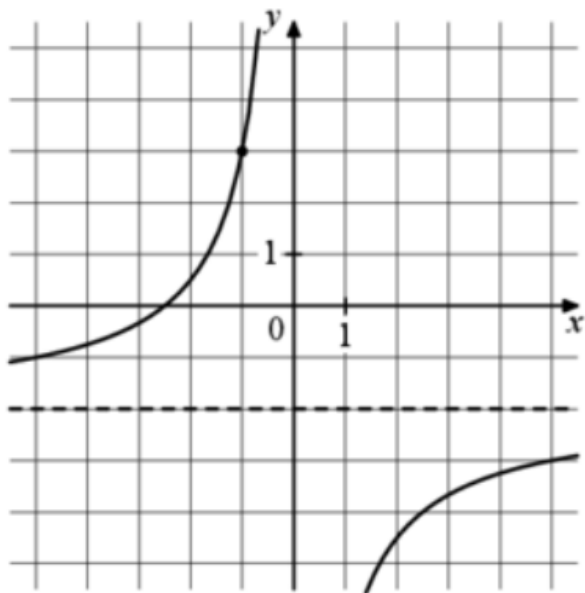
Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = \frac{k}{x} + a$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = -27$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 243x + 14$  на отрезке  $[0; 10]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2 \sin^2 x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{6} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

- б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

14. Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Диагонали граней  $AA_1B_1B$  и  $BB_1C_1C$  равны 10 и 6 соответственно,  $AB = \sqrt{91}$ .

- а) Докажите, что треугольник  $A_1C_1B$  прямоугольный.  
б) Найдите объем пирамиды  $AA_1C_1B$ .

15. Решите неравенство:  $\log_5^2 |x| - \log_5 \frac{x^2}{5} \geq \left(\frac{1}{2} \log_5 (25|x|)\right)^2$

16. В июле планируется взять кредит в банке на целое число миллионов рублей на срок 6 лет. Условия его возврата таковы:
- каждый июнь долг возрастает на 20% по сравнению с началом данного года;
  - с июля по декабрь 1-го, 2-го и 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг равным первоначальному;
  - с июля по декабрь 4-го, 5-го и 6-го годов необходимо выплатить одинаковые суммы так, чтобы весь долг был погашен полностью.
- Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика будет не более 15 млн рублей.

17. В четырехугольнике ABCD известны стороны  $AB = BC = \sqrt{6}$ ,  $CD = \sqrt{3} - 1$ ,  $AD = 2$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ .

- а) Докажите, что около четырехугольника ABCD можно описать окружность.  
б) Найдите BD.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. В школьном живом уголке 4 ученика кормят кроликов. Каждый ученик насыпает несколько кроликам (хотя бы одному, но не всем) порцию корма. При этом первый ученик дает порции по 100 г, второй – по 200 г, третий – по 300 г, четвертый – по 400 г, а какие-то кролики могут остаться без корма.

- а) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все они получили одинаковое количество корма?  
б) Может ли оказаться, что кроликов было 15 и все получили разное количество корма?  
в) Какое наибольшее количество кроликов могло быть в живом уголке, если известно, что каждый ученик засыпал корм ровно четырем кроликам и все кролики получили разное количество корма?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

