



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №50

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

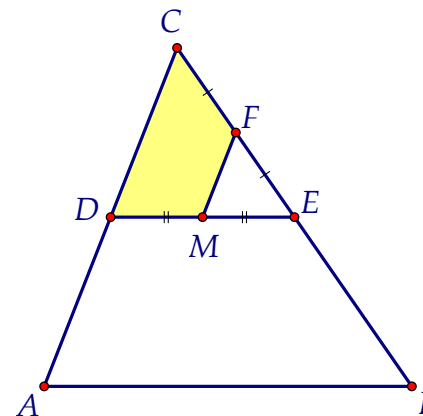
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Площадь треугольника ABC равна 48. DE – средняя линия треугольника ABC, а FM – средняя линия треугольника CDE. Найдите площадь трапеции DMFC.



Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(-4;0)$, $\vec{b}(-4;3)$ и $\vec{c}(-7;18)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 6\vec{b} + \vec{c}$.

Ответ: _____.

3. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 13, а сторона основания равна 12. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: _____.

4. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов: первые два дня – по 32 доклада, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора К. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность того, что доклад профессора К. окажется запланированным на третий или четвертый день конференции?

Ответ: _____.

5. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,03 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что исправен ровно один из автоматов.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\log_2(4+x) = \log_2(2-x) + 2$.

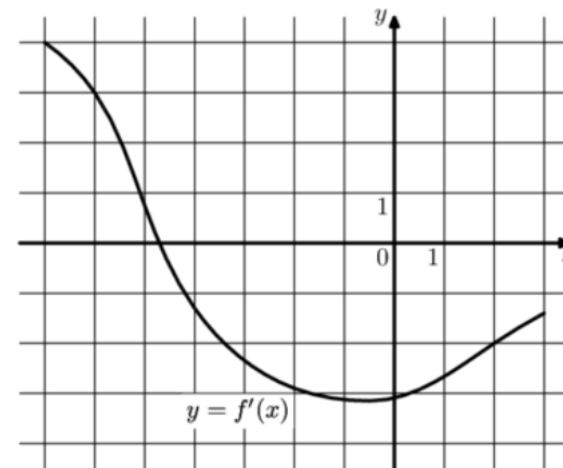
Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $5\cos(2\pi + \beta) + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$, если

$$\cos \beta = -\frac{2}{3}$$

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x + 1$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

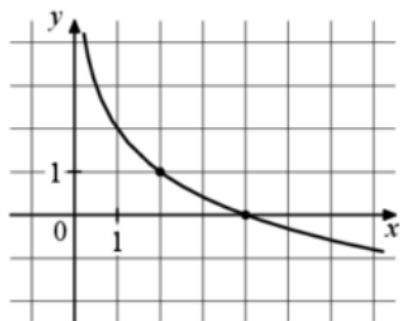
9. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 – начальная масса изотопа, t – время, прошедшее от начального момента, T – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 200 мг. Период его полураспада составляет 2 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг.

Ответ: _____.

10. Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 1020 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 5$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x^2 - 11x + 7 \ln x - 13$ на отрезке $\left[\frac{11}{12}; \frac{13}{12}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$4 \cdot 16^{\sin^2 x} - 6 \cdot 4^{\cos 2x} = 29$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 7, а боковое ребро – 12. На ребрах $A_1 D_1$, $C_1 D_1$ и CB взяты точки F , K , L соответственно так, что $A_1 F = C_1 K = CL = 3$.

а) Пусть P – точка пересечения плоскости FKL ребром AB . Докажите, что $FKLP$ – прямоугольник.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью FKL .

15. Решите неравенство: $\log_7 (9 - x) + \log_7 \frac{1}{x} \geq \log_7 \left(\frac{1}{x} - x + 8 \right)$

16. В августе 2023 года взяли кредит на S млн рублей, где S – целое число, на 4 года. Условия его возврата таковы:

- каждый февраль долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с марта по июль каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в августе каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Год	2023	2024	2025	2026	2027
Долг (млн.руб)	S	$0,8S$	$0,5S$	$0,3S$	0

Найдите наименьшее целое S , чтобы общая сумма выплат была больше 5 млн рублей.

17. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) вписана окружность с центром в точке O . N – точка касания окружности и гипотенузы, M – точка касания окружности и катета AC .

- а) Докажите, что в четырехугольник $NOMA$ можно вписать окружность.
 б) Найдите радиус вписанной окружности треугольника ABC , если $AN : NB = 5 : 12$, а площадь треугольника ABC равен 60.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |5a - 12| \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

19. На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых могут быть только цифры 1 и 6.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 173?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 109?

в) Какое наименьшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1021?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

