



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №51

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

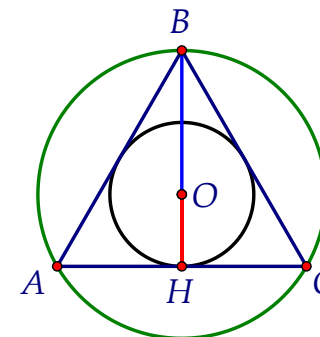
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

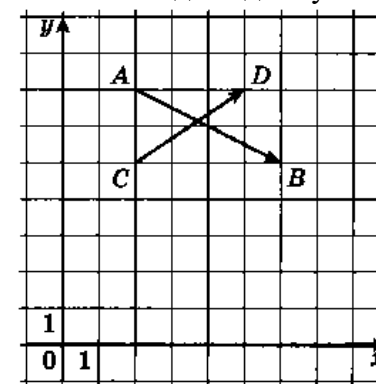
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник равен 12.



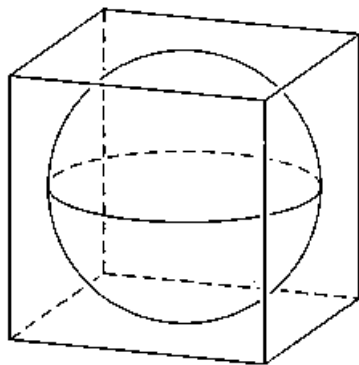
Ответ: _____.

2. Даны векторы \vec{AB} и \vec{CD} . Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{CD}$.



Ответ: _____.

3. Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____.

4. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 12 из них встречается вопрос по теме «Круглые черви». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Круглые черви».

Ответ: _____.

5. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,4 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,7?

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\log_{4x-2} 625 = 4$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{6 \cos^2 34^\circ - 3}{\cos 169^\circ \cdot \cos 79^\circ}$.

Ответ: _____.

8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 9t^2 + 2t + 30$ (где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени ее скорость была равна 50 м/с?

Ответ: _____.

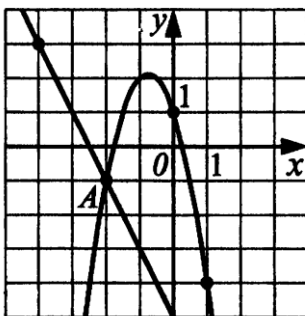
9. Расстояние от линзы до предмета d_1 и расстояние от линзы до изображения d_2 связаны соотношением $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$, где f – главное фокусное расстояние линзы. Найдите f , если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 30 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 20 см. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

10. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 17 км/ч, прошел по течению реки и после стоянки вернулся в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длилась 7 часов, а в исходный пункт теплоход вернулся через 41 час после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx + d$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = (3x^2 - 36x + 63) \cdot e^{x-3}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. Точка К удалена от каждой из вершин квадрата ABCD на расстояние, равное 10, а от плоскости квадрата – на расстояние, равное 8.
а) Докажите, что плоскость АКС перпендикулярна отрезку BD.
б) Найдите расстояние от точки D до плоскости АКС.

15. Решите неравенство: $\log_2 x \cdot \log_5 x + 2\log_2 x + 5\log_5 x \geq -10$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 750 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.
Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1350 тыс. рублей.
Сколько рублей составит платеж в 2035 году?

17. На сторонах АВ и АС треугольника ABC отмечены точки C_1 и B_1 соответственно. Оказалось, что $BC = B_1C = BC_1$.
а) Докажите, что точки В, С и середины отрезков BB_1 и CC_1 лежат на одной окружности.
б) Найдите косинус угла между прямыми BB_1 и CC_1 , если $BC = 7$, $AB = 24$, $AC = 25$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - 2x - 4)(2y - x - 2) = 0, \\ y = a - 4x \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

19. Дана правильная дробь $\frac{a}{b}$. За один ход можно увеличить ее числитель на знаменатель, а знаменатель – на сумму числителя и знаменателя, то есть получить дробь $\frac{a+b}{a+2b}$.

а) Можно ли из дроби $\frac{1}{4}$ за несколько ходов получить дробь $\frac{37}{60}$?

б) Можно ли из некоторой правильной несократимой дроби за 2 хода получить дробь, равную $\frac{8}{9}$?

в) Найдите наименьшее значение правильной несократимой дроби, большей $\frac{11}{18}$, которую нельзя получить из другой правильной несократимой дроби за 2 хода.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

