



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №52

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

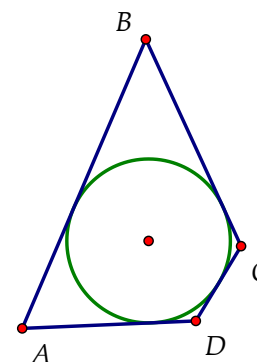
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

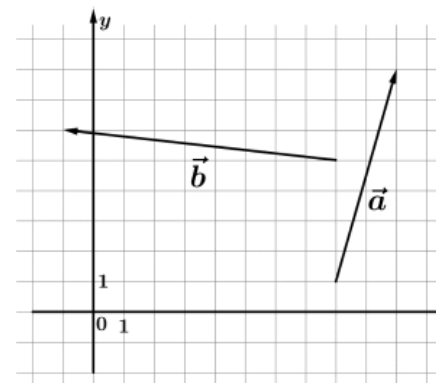
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В четырёхугольник ABCD вписана окружность, $AB=57$, $CD=31$. Найдите периметр четырёхугольника ABCD.



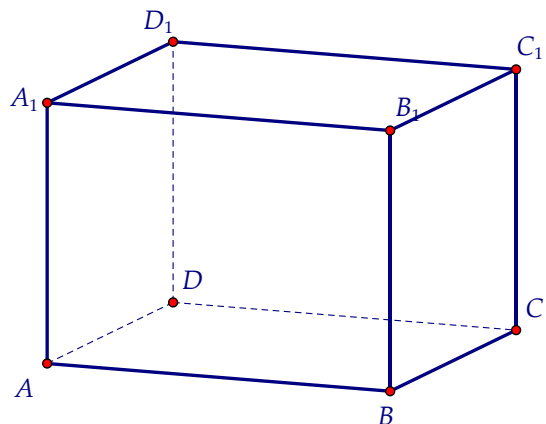
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите длину вектора $\vec{b} - 3\vec{a}$.



Ответ: _____.

3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB=6$, $AD=8$, $AA_1=21$. Найдите синус угла между прямыми $A_1 D_1$ и AC .



Ответ: _____.

4. В группе туристов 200 человек. Их вертолётom доставляют в труднодоступный район, перевозя по 12 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В. полетит первым рейсом вертолётa.

Ответ: _____.

5. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,4. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

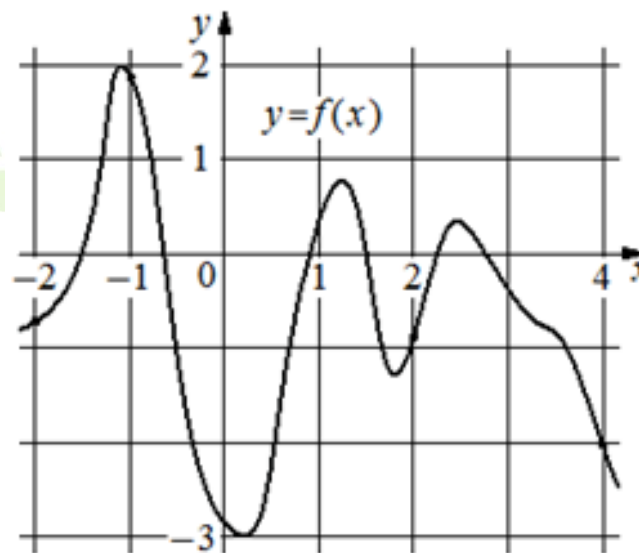
6. Решите уравнение $36^{x-8} = \frac{1}{6}$.

Ответ: _____.

7. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

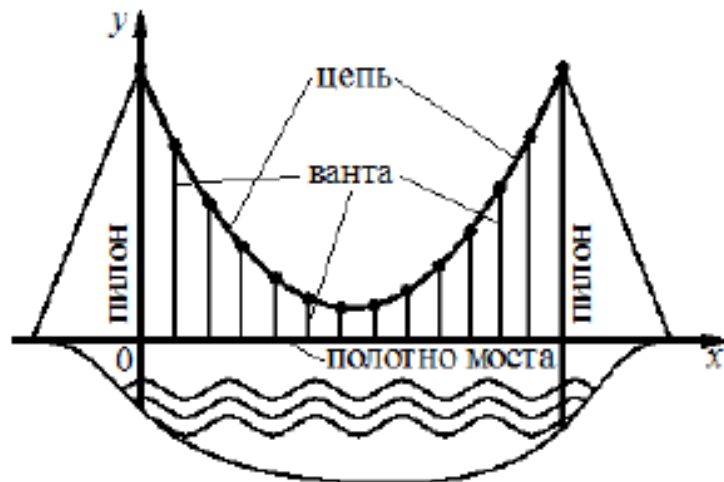
Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2 , -1 , 2 , 4 . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

9. На рисунке изображена схема моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вверх вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке.



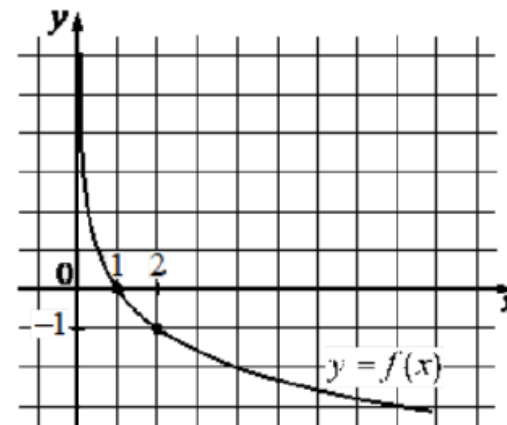
В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, задаётся формулой $y = 0,0043x^2 - 0,74x + 35$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 70 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

10. Расстояние между пристанями А и В равно 192 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(8)$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 17$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $5^{-2\sin x} - 2 \cdot 5^{-\sin x} - 15 = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{9\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны оснований AB и BC равны соответственно 8 и 5, а боковое ребро AA_1 равно 4. На ребре $A_1 B_1$ отмечена точка K , а на луче BC – точка F , причем $A_1 K = KB_1$ и $BF = AB$. Плоскость AKF пересекает ребро $B_1 C_1$ в точке P .

а) Докажите, что $B_1 P : PC_1 = 4 : 1$.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью AKF .

15. Решите неравенство:
$$\frac{420 - 194 \cdot 5^x}{25^x - 7 \cdot 5^x + 10} \leq 25^x + 2 \cdot 5^{x+1} + 42$$

16. В банк помещен вклад 64000 рублей под 25% годовых. В конце каждого из первых трех лет (после начисления процентов) вкладчик дополнительно пополнял счет на одну и ту же фиксированную сумму. К концу четвертого года после начисления процентов оказалось, что сумма на счете составляет 385000 рублей. Какую сумму (в рублях) ежегодно добавлял вкладчик?

17. Две окружности с центрами O и O_1 касаются друг друга внешним образом. Четыре точки касания их внешних общих касательных A, B, C, D последовательно соединены.

а) Докажите, что в четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность.

б) Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если радиусы данных окружностей 11 и 9.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = a(x - 4), \\ \frac{1}{\log_x 3} + \frac{1}{\log_y 3} = 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

19. Есть контейнеры массой 7 тонн и массой 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.

а) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 24 контейнера массой 2 тонны на 15 кораблях?

б) Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 18 контейнера массой 2 тонны на 13 кораблях?

в) На каком наименьшем количестве кораблей можно увести за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 45 контейнеров массой 2 тонны?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.