



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №53

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

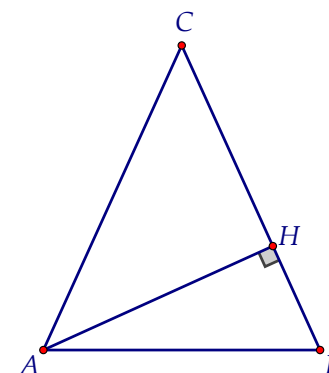
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

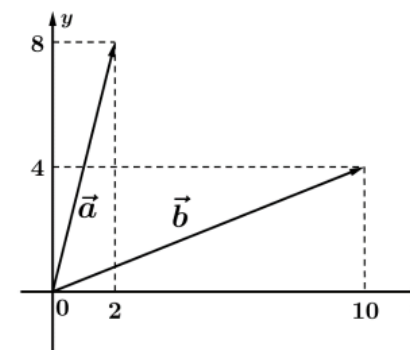
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 10$, AH – высота, $BH = 5$. Найдите косинус угла BAC.



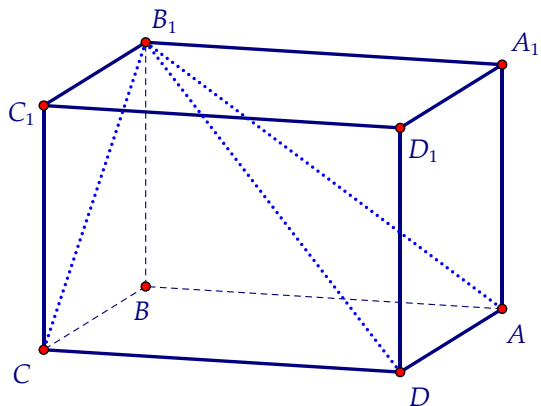
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 7, BC = 8, BB_1 = 3$.



Ответ: _____.

4. В сборнике билетов по химии всего 15 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Кислоты». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Кислоты».

Ответ: _____.

5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 7».

Ответ: _____.

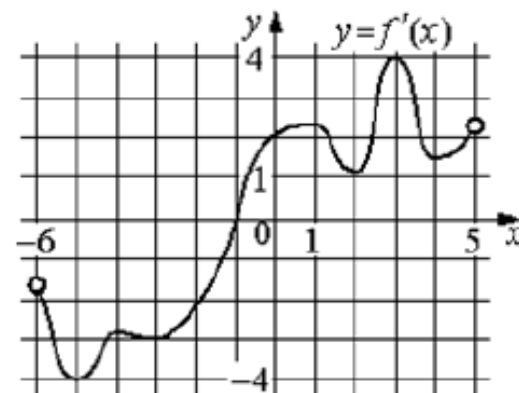
6. Решите уравнение $5^{\log_{25}(2x-1)} = 5$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $12\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} \cdot \sin \frac{3\pi}{4}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

9. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью 65 км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 40$ км/ч². Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t – время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 60 км. Ответ дайте в минутах.

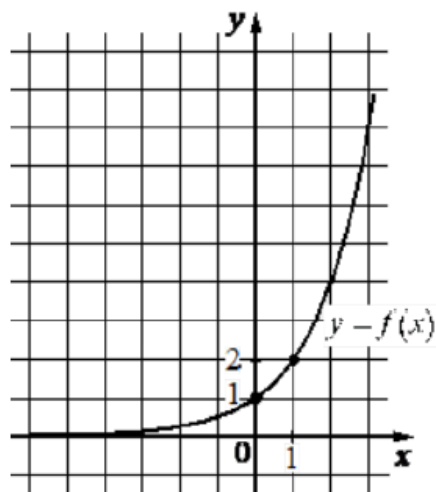
Ответ: _____.

Часть 2

10. Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 6%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(5)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 11 + 6x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[0; 21]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\cos x - 1)(\sin x - 0,5 \cos 2x - 1) = \sin^2 x$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

14. Дана правильная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, точка M лежит на ребре CD , точка N лежит на ребре BC , при этом $CM = \frac{1}{3} CD$, $CN = \frac{1}{3} BC$, точка L – середина MN .

а) Докажите, что прямые $A_1 L$ и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями MNA_1 и ABC , если $AB = 6$, $AA_1 = 5\sqrt{6}$.

15. Решите неравенство: $\log_3(x+3) - 1 > \frac{\log_x(x^2 - 3x + 2)}{\log_x 3}$

16. В июне 2025 года Вадим Олегович планирует взять кредит в банке на 4 года. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 10% от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого из 2026, 2027 и 2028 годов необходимо выплатить часть долга, причем каждый из платежей 2027 и 2028 годов в 1,5 раза больше платежа предыдущего года;
- в период с февраля по июнь 2029 года выплачивается оставшаяся сумма по кредиту, равная 3304840 рублей.

Найдите сумму кредита (в млн рублей), если общая сумма выплат по нему равна 10904840 рублей.

17. В окружности радиусом R проведены хорды BC и FD , пересекающиеся под прямым углом в точке A .

а) Докажите, что $BD^2 + FC^2 = 4R^2$.

б) Найдите радиус окружности R , если $AB = 3$, $AF = 4$, $AD = 6$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2 + \log_2 y = \log_2(x + 3y), \\ y = x + 2a - 4 + 2(x - a)^2 \end{cases}$$

имеет 2 решения.

19. С четырехзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

а) Могло ли увести в результате такой операции получиться число 3036?

б) Могло ли увести в результате такой операции получиться число 2053?

в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 3100 до 4000 включительно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.