



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №54

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

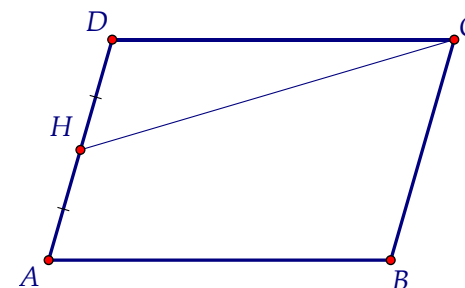
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

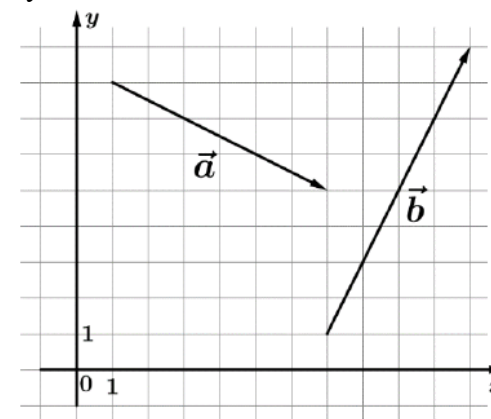
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Площадь параллелограмма ABCD равна 142. Точка Н – середина стороны AD. Найдите площадь трапеции АНСВ.



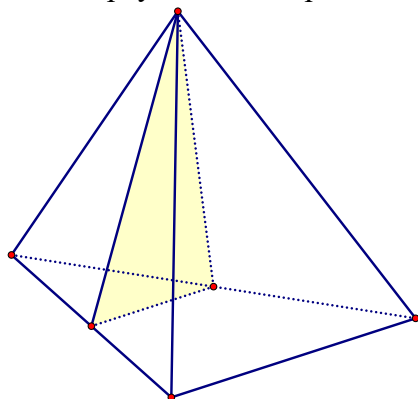
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите косинус угла между ними.



Ответ: _____.

3. Объём треугольной пирамиды равен 94. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость (см. рисунок). Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.



Ответ: _____.

4. В школе 51 пятиклассник, среди них – Саша и Настя. Всех пятиклассников случайным образом делят на три группы, по 17 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Саша и Настя окажутся в разных группах.

Ответ: _____.

5. Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Ответ: _____.

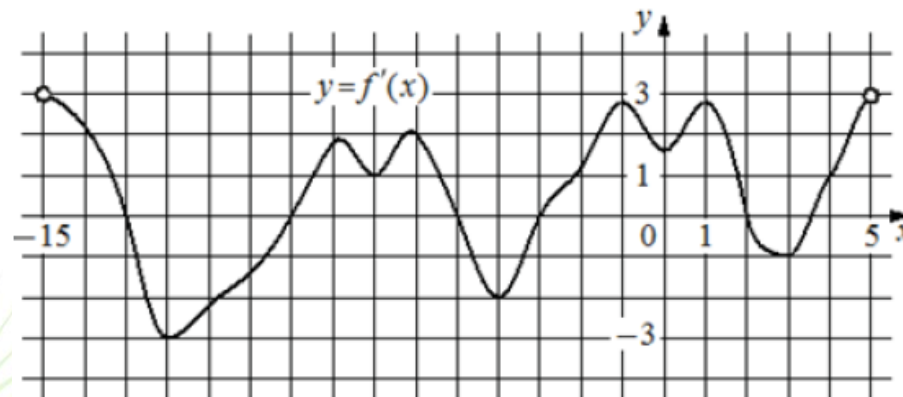
6. Решите уравнение $\sqrt{27 - 6x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $4\log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0,8$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-15; 5)$. Найдите количество точек максимума функции, принадлежащих отрезку $[-11; 4]$.



Ответ: _____.

9. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\Pi} = 25^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,3 \text{ кг/с}$. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_B = 57^{\circ}\text{C}$ до температуры $T (^{\circ}\text{C})$, причём $x = \alpha \cdot \frac{cm}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_B - T_{\Pi}}{T - T_{\Pi}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – теплоёмкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – коэффициент теплообмена, $\alpha = 1,4$ – постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

Ответ: _____.

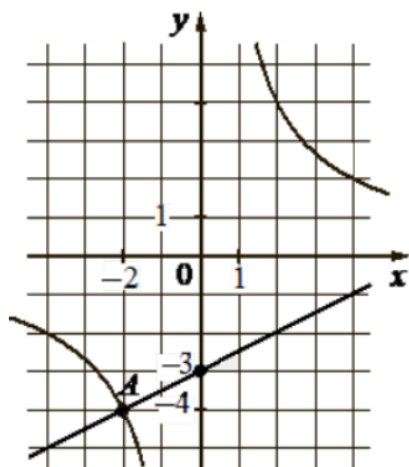
Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

10. Два велосипедиста одновременно отправились в 160-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 6 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 6 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций видов $g(x) = ax + b$ и $f(x) = \frac{k}{x}$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = 0,5x^2 - 21x + 110 \ln x + 43$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

13. а) Решите уравнение

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{5} \cos x$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AC равна $10\sqrt{3}$, а боковое ребро равно $3\sqrt{10}$. На ребре AC отмечена точка E так, что $AE = \sqrt{3}$. Точки F , N – середины сторон A_1B_1 и B_1C_1 соответственно. Плоскость α параллельна прямой AB и содержит точки E и N .

- а) Докажите, что прямая CF перпендикулярна плоскости α .
б) Найдите расстояние от точки F до плоскости α .

15. Решите неравенство: $\log_5 125x^2 - \frac{3}{1 + \log_5 \frac{5}{x}} \leq 0$

16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платеж по кредиту не превысил 2,4 млн рублей?

17. Из вершины тупого угла при вершине C треугольника ABC проведена высота CH . Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH – эту окружность в точке D .

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC .

б) Найдите отношение MN к AB , если известно, что $CM : MA = 5 : 27$ и $CN : NB = 5 : 3$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|2x + 6| + |2x - 8| = ax + 12$$

имеет единственное решение.

19. На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 264. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на 71).

а) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 3 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.