



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №55

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

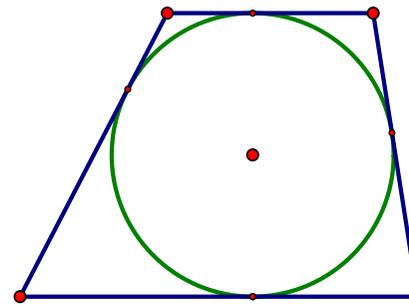
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

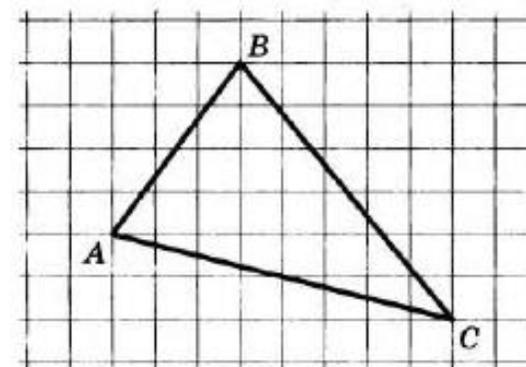
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 34, вписана окружность. Найдите среднюю линию трапеции.



Ответ: _____.

2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



Ответ: _____.

3. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 20, а диагональ основания равна 24. Найдите высоту пирамиды.

Ответ: _____.

4. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 4. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. На двух комбинатах выпускают пакеты с кефиром одной и той же марки. Комбинат «Бурёнка» выпускает 70% таких пакетов, а все остальные пакеты выпускает комбинат «Милка». Известно, что 3% пакетов, выпущенных на комбинате «Бурёнка», и 2% пакетов, выпущенных на комбинате «Милка», протекают. Все пакеты поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине пакет протекает.

Ответ: _____.

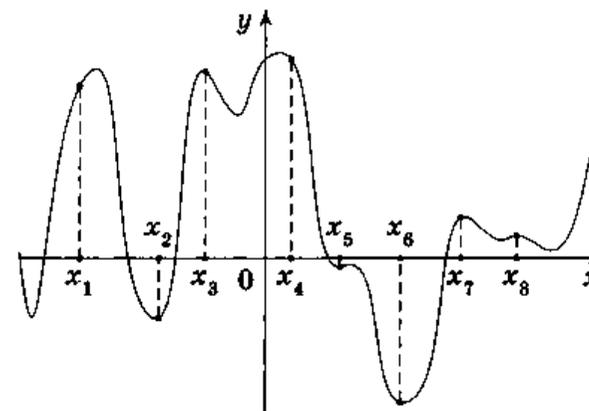
6. Решите уравнение $\log_{25}(2 - 3x) = 0,5$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{18} - \sqrt{72} \sin^2 \frac{5\pi}{8}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$ и отмечены восемь точек на оси абсцисс $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам возрастания функции?



Ответ: _____.

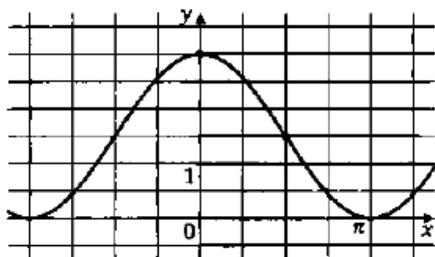
9. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле: $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 64 километров? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

10. Смешав 84-процентный и 96-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 84-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 89-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 84-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите b .



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (21 - x) \cdot e^{x-20}$ на отрезке $[19; 21]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $2 \log_4^2(4 \sin x) - 3 \log_4(\sin x) - 2 = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

14. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит ромб $ABCD$ с диагоналями $AC = 16$ и $BD = 12$.

а) Докажите, что прямые BD_1 и AC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми BD_1 и AC , если известно, что боковое ребро призмы равно 24.

15. Решите неравенство: $3 \log_{x-2}(8-x) + 1 \geq 0,25 \log_{x-2}^2(x^2 - 10x + 16)^2$

16. В июле 2024 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом;

Известно, что если ежегодно выплачивать по 50000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 82000 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите число r .

17. Точка P – центр вписанной окружности треугольника ABC . Прямая AP пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке K .

а) Докажите, что $AP \cdot PK = 2Rr$, где R – радиус описанной окружности треугольника ABC , а r – радиус его вписанной окружности.

б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружности треугольника ABC , если $r = 8$, $R = 18$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{16 - a^2 x^2} = \sqrt{16 - y^2}, \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. На доске написано 100 различных натуральных чисел, сумма которых равна 5130.

а) Может ли оказаться, что на доске написано число 180?

б) Может ли оказаться, что на доске нет числа 18?

в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 18, может быть написано на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.