



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №57

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

*Справочные материалы*

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

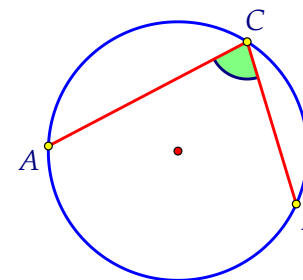
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

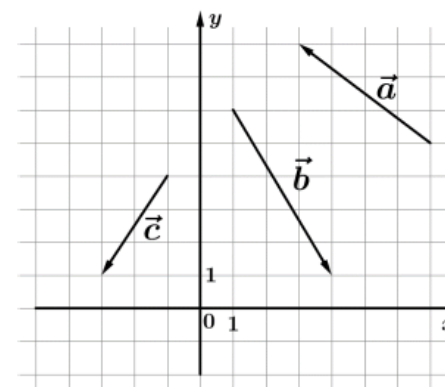
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. На окружности отмечены точки A, B и C. Дуга окружности AC, не содержащая точку B, составляет  $120^\circ$ . Дуга окружности BC, не содержащая точку A, составляет  $82^\circ$ . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



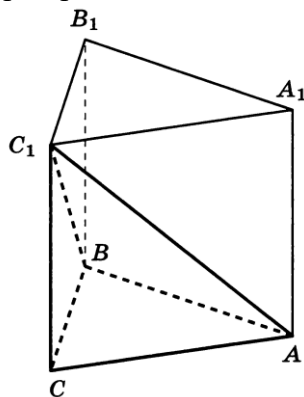
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите длину вектора  $7\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 9.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В шахматной партии, которую Остап Бендер играет с любителем шахмат города Васюки, вероятность выигрыша Остапа равна 0,001, вероятность ничьей равна 0,01. Найдите вероятность того, что Остап не проиграет.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов. Вероятность того, что студент М. ответит на первый вопрос, равна 0,9; на второй – 0,8; на третий – 0,7. Найдите вероятность того, что студент М., выбрав билет, не ответит хотя бы на один вопрос.

Ответ: \_\_\_\_\_.

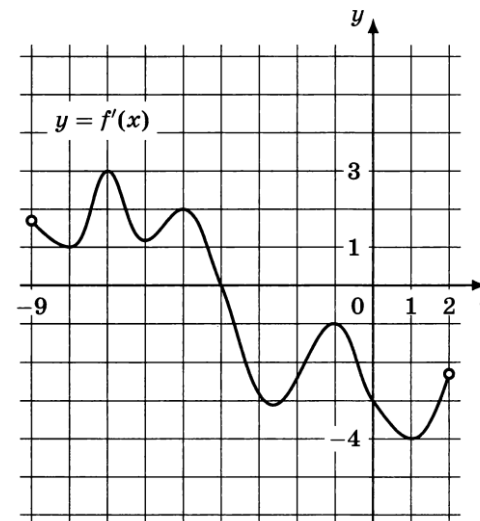
6. Решите уравнение  $\log_7(24 - x) = \log_7 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $2\sqrt{3}\cos^2\frac{13\pi}{12} - \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 2)$ . В какой точке отрезка  $[-8; -4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. К источнику с ЭДС  $\mathcal{E} = 180$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  (в Ом).

Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле  $U = \frac{\mathcal{E}R}{R + r}$ .

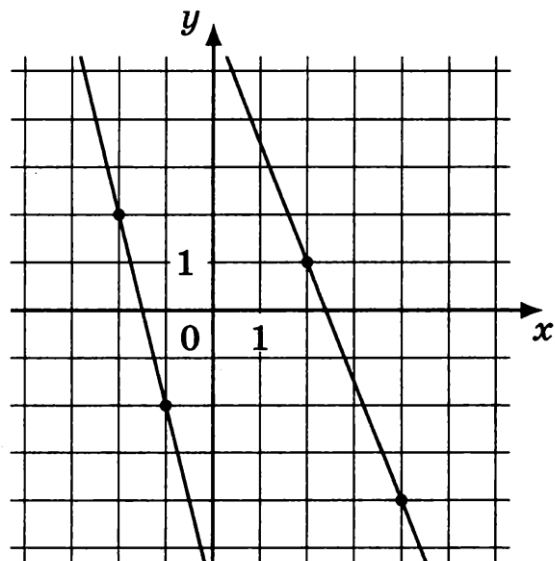
При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 170 В? Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 285 литров она заполняет на 4 минуты дольше, чем вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку максимума функции  $y = -\frac{x^2 + 36}{x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $4\sin^3 x - 3\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

14. В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB = 14$ ,  $BC = 20$ . Точка  $D$  лежит на продолжении ребра  $C_1C$  так, что  $DC : DC_1 = 3 : 1$ , точка  $Q$  лежит на ребре  $AB$ . Плоскость  $\gamma$ , параллельная ребру  $A_1B_1$ , проходит через точки  $D$  и  $Q$ , сечение призмы этой плоскостью представляет собой равнобедренную трапецию.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.

б) Найдите угол  $\alpha$  между плоскостью  $\gamma$  и плоскостью  $AA_1B$ , если  $CC_1 = 10$ .

15. Решите неравенство:  $\frac{18^x - 27 \cdot 6^x}{3^x \cdot x - 27x - 5 \cdot 3^x + 135} \leq \frac{1}{x - 5}$

16. 1 июля был взят кредит в банке на сумму 394400 рублей на 4 года. Условия его возврата таковы:

- в конце декабря каждого года долг возрастает на 12,5% по сравнению с долгом на 1 июля;
  - с 1 января по 30 июня каждый год необходимо выплатить часть долга одним платежом;
  - сумма платежа каждый год одна и та же (о таком кредите говорят «на 4 года равными платежами с 12,5 процентами годовых»).
- Чему будет равна переплата по кредиту в рублях после полного погашения кредита?

17. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  – середины катетов  $AC$  и  $BC$  соответственно, а  $CH$  – высота.

а) Докажите, что  $MH \perp NH$ .

б) Найдите площадь треугольника  $PQM$ , где  $P$  – точка пересечения прямых  $AC$  и  $NH$ , а  $Q$  – точка пересечения прямых  $BC$  и  $MH$ , если  $AH = 4$  и  $BH = 2$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y - x^2 = |x^2 - 1,5x - 1|, \\ y + 4x = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11 по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

