



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №58

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

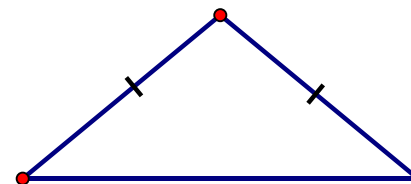
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 51, а основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Ответ: _____.

2. На координатной плоскости заданы точки: $A(-1;6)$, $B(-4;-9)$, $C(8;-10)$ и $D(7;-27)$. Найдите длину вектора $3 \cdot \overrightarrow{AC} - 2 \cdot \overrightarrow{BD}$.

Ответ: _____.

3. В цилиндрический сосуд налили 2800 см^3 воды. Уровень воды при этом достиг высоты 16 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .

Ответ: _____.

4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет менее 11 очков. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. В кофейне администратор предлагает каждому гостю сыграть в следующую игру: гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию «3 и 3 очка» хотя бы один раз из двух попыток, то получит бесплатное пирожное. Какова вероятность получить бесплатное пирожное? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

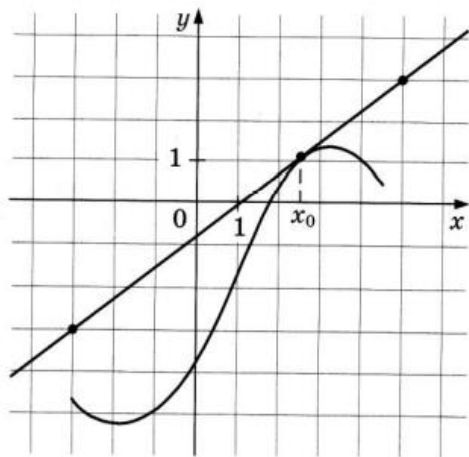
6. Решите уравнение $\log_2(9 - 2x) = \log_2(6 + x) + 3$.

Ответ: _____.

7. Найдите $\frac{1}{\sqrt{5}} \cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$ и $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0



Ответ: _____.

9. Катер должен пересечь реку шириной $L = 60$ м так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Скорость течения реки $u = 0,3$ м/с.

Время в пути, измеряемое в секундах, равно $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α – острый

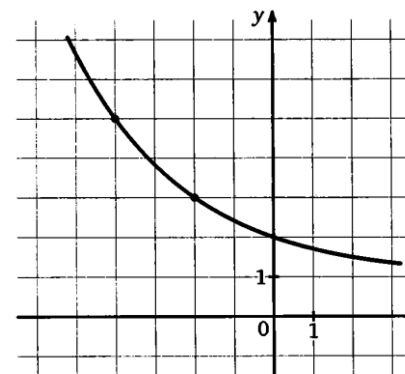
угол между осью катера и линией берега. Под каким минимальным углом α к берегу нужно направить катер, чтобы время в пути было не больше 200 с? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

10. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 16 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости другого?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 17$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 14x^2 + 49x + 15$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2.

Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $15^{2\cos x(1-\sin x)+(\sin x+\cos x)^2} - 16 \cdot 15^{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = -1$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14. В правильном тетраэдре ABCD с ребром, равным 6, точки M и N – середины ребер AB и CD.

а) Докажите, что тангенс угла между прямыми MN и BC равен 1.

б) Найдите расстояние между прямыми MN и AD.

15. Решите неравенство: $\frac{4^x - 2^{x+2} + 2}{2^x - 3} + \frac{2^{x+1} - 6}{2^x - 4} - 2^x \geq 1$

16. 15 декабря бизнесмен запланировал взять кредит в банке в размере 5 млн рублей на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2,5% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько рублей больше выплатил бизнесмен по сравнению с суммой кредита?

17. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC вершины A, B и точка пересечения высот треугольника E лежат на окружности, которая пересекает отрезок BC в точке D.

а) Докажите, что треугольник ADC равнобедренный.

б) Найдите радиус окружности, если $CD = 4$, $BD = 5$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(x^2 + 2x)(x - a) + a^2 - 2x + 2a - ax}{a - 2|x| + 1} = 0$$

имеет ровно два решения.

19. В классе учатся мальчики и девочки, при этом в классе больше 17, но не более 28 человек, а процентная доля девочек в классе не более 46%.

а) Может ли в классе учиться 10 девочек?

б) В класс перевелась еще одна девочка. Могла ли после этого доля девочек в классе составить 54%?

в) Какое максимально возможное целое значение может принимать доля девочек в классе в процентах после перевода в него еще одной девочки?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.