

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 5

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\left(1945^{4x+10} \cdot (\sqrt{1945})^{2x}\right)^x = \left(\frac{1}{1945}\right)^{-x-2}$. Если

уравнение имеет несколько корней, то в ответе запишите наименьший корень уравнения.

Ответ: _____.

2. На фестивале КВН выступают команды – по одной от каждого из представленных городов. Порядок выступления определяется жребием. Найдите вероятность того, что команда из Самары будет выступать после команды из Саратова, но раньше команды из Новосибирска. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

3. Около окружности описана трапеция, длина средней линии которой равна 1945. Найдите периметр трапеции.

Ответ: _____.

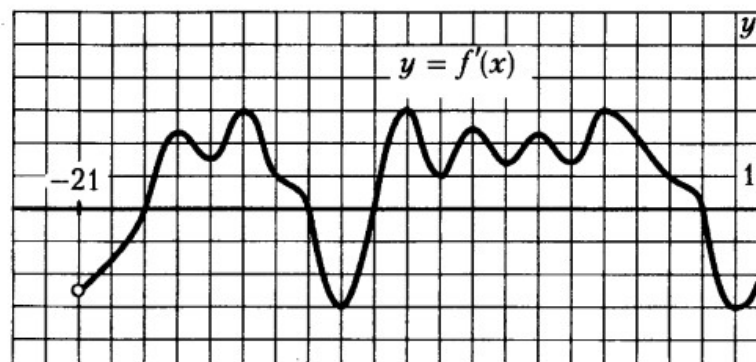
4. Вычислите $9,05 \cdot 1945^{-\log_{1945} 5}$.

Ответ: _____.

5. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 7 и 24 и боковым ребром, равным 45.

Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-21; 3)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-20; 0]$.



Ответ: _____.

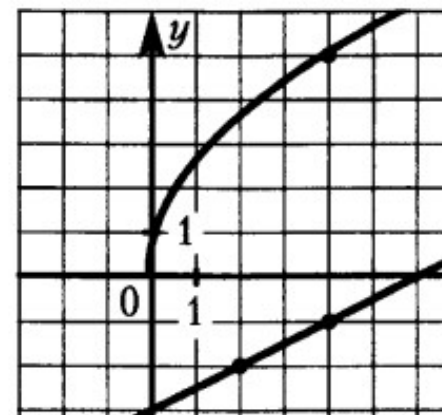
7. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки используется линза с фокусным расстоянием f , равным 20 см. расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 20 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 100 до 120 см. изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. На каком наименьшем расстоянии d_1 (в см) от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким?

Ответ: _____.

8. Первый сплав содержит 5% меди, второй 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 10 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 12% меди. Найдите массу (в кг) второго сплава.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке А. Найдите ординату точки А.



Ответ: _____.

10. У Кати в кармане три монеты по 10 рублей, две монеты по 5 рублей и две монеты по 2 рубля. Она хочет купить в киоске мороженое ценой 23 рубля. Катя не глядя достает из кармана три случайные монеты. Найдите вероятность того, что суммы, которую достала Катя, хватит на мороженое.

Ответ: _____.

11. Найдите точку максимума функции

$$y = (x + 6)^2 (x - 8) + 1945$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2\cos^2 x$$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[45\pi; \frac{93\pi}{2}\right]$

13. На ребрах BS и CS правильной четырехугольной пирамиды SABCD со стороной основания $AD = 10$ и боковым ребром $SA = 5\sqrt{6}$ взяты точки K и M соответственно так, что $SK : BK = CM : SM = 3 : 2$.

а) Докажите, что $KM \perp SC$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью основания пирамиды.

14. Решите неравенство: $\frac{\log_{1945} x}{\log_x 2} - 0,5 \lg 100 + \log_2 x > \log_{1945} x$

15. 9 мая 2023 года Александр Иванович планирует взять кредит в банке на некоторую сумму на 60 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 45 месяцев Александру Ивановичу нужно выплатить банку 385200 рублей. Сколько рублей составит двадцать вторая выплата Александра Ивановича?

16. В треугольник ABC вписана окружность ω с центром O. Касательная к этой окружности, параллельная стороне BC, пересекает сторону AB в точке D и сторону AC в точке E. Периметры треугольников ABC и ADE равны соответственно 40 и 30, угол ABC равен 120° , P – точка касания окружности ω со стороной AB.

а) Докажите, что $BP : DP = \operatorname{ctg}^2 \angle CBO$.

б) Найдите радиус окружности ω .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sin 2x + \log_{1945} \frac{|x-1|}{x-1} = y - x + (\sin x + \cos x)^2 \\ (y-a)^2 = \frac{y-x+2a+13}{2} \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 2970. В каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 16 заменили на число 61).

- а) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 3 раза меньше, чем сумма исходных чисел.
- б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 5 раз меньше, чем сумма исходных чисел?
- в) Найдите наименьшее возможное значение суммы получившихся чисел.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.