



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №59

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

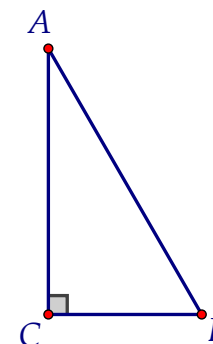
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

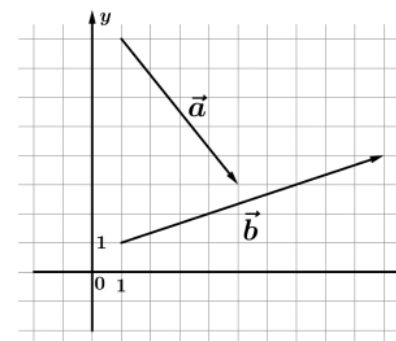
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 12\sqrt{3}$, $AB = 24$. Найдите $\sin B$.



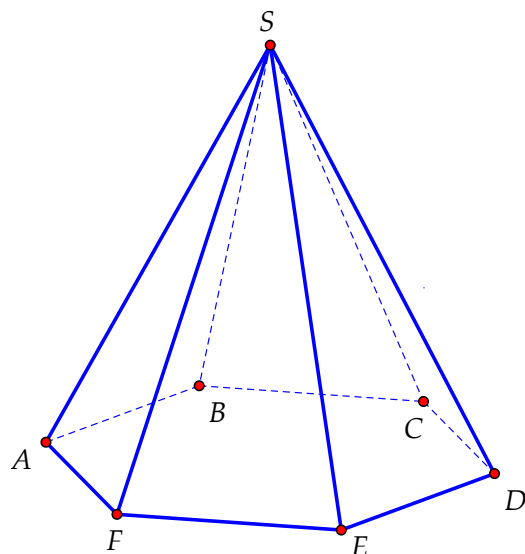
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3. В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 8,5, а сторона основания равна 4. Найдите высоту пирамиды.



Ответ: _____.

4. В классе 26 семиклассников, среди них два близнеца – Иван и Игорь. Класс случайным образом делят на две группы, по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Иван и Игорь окажутся в разных группах.

Ответ: _____.

5. В коробке 10 синих, 3 красных и 12 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

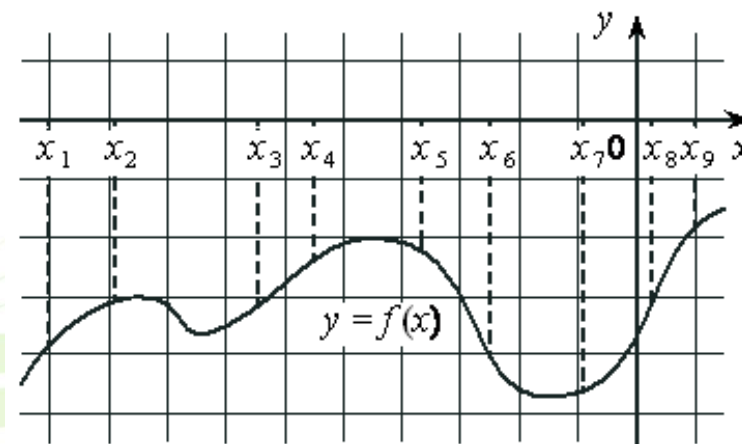
6. Решите уравнение $4^{35-2x} = 0,0625$.

Ответ: _____.

7. Найдите $\frac{13 \sin \alpha + 14 \cos \alpha}{15 \sin \alpha - 16 \cos \alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{7}{8}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены n точек: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Ответ: _____.

9. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 6750 \text{ км/ч}^2$. Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.

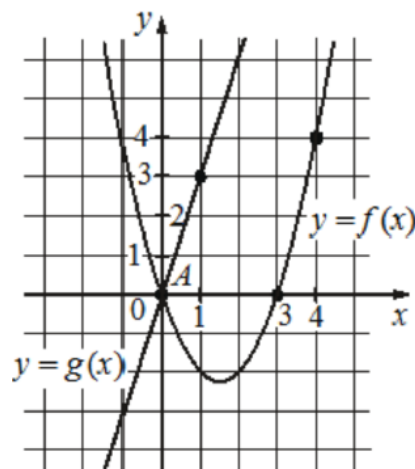
Ответ: _____.

Часть 2

10. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 74 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 + 20x^3 - 65x$ на отрезке $[-4; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания $AB = 8$, а боковое ребро $AA_1 = 4$. На ребре B_1C_1 отмечена точка Р так, что $B_1P = \frac{4}{3}$. Точки М и N – середины ребер A_1C_1 и AB соответственно.

Плоскость α параллельна прямой AC и содержит точки N и P.

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости α .

б) Найдите объем пирамиды, вершина которой – точка М, а основание – сечение данной призмы плоскостью α .

15. Решите неравенство: $(16^x - 3 \cdot 4^x)^2 + 6 \cdot 4^x < 2 \cdot 16^x + 8$

16. Полина хочет взять кредит на некоторую сумму и выбирает между двумя банками. Первый банк предлагает кредит на 14 лет под 8% годовых, второй – на 5 лет под 10% годовых, причем в обоих банках практикуется дифференцированная система платежей (долг уменьшается каждый год на одну и ту же величину по сравнению с предыдущим годом). Определите, в какой банк выгоднее обратиться Полине и сколько процентов от кредита составляет эта выгода.

17. Стороны BC и CD квадрата $ABCD$ являются сторонами равносторонних треугольников BCM и DCN соответственно, точки M и N лежат вне квадрата. Прямая AM пересекает BC в точке K .

а) Докажите, что $\angle AMC = 45^\circ$.

б) Найдите KN , если $AB = \sqrt{8 + 3\sqrt{3}}$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \lg(8x + y + 2) = \lg_{100} 4 \\ 3a(2x^2 + y^2 - 33x)^2 - (a + 3)(2x^2 - 33x + y^2) - 2a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Натуральные числа от 1 до 90 разбили на 30 групп по три числа. Из каждой группы выписали на доску одно число: второе по величине в этой группе.

а) Могут ли среди выписанных чисел одновременно быть числа 88 и 89?

б) Могут ли все выписанные числа быть чётными?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы всех выписанных чисел.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

