



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №60

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

*Справочные материалы*

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

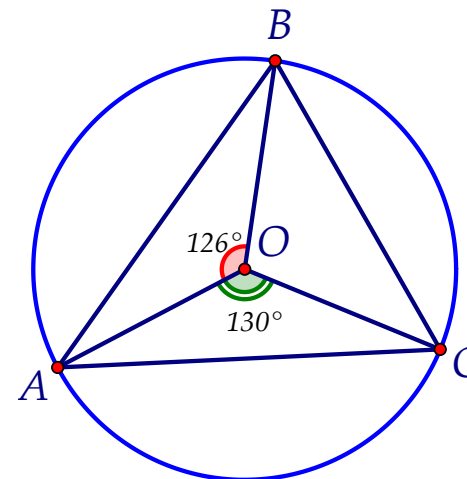
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Точка  $O$  – центр описанной окружности треугольника  $ABC$ , углы  $AOB$  и  $AOC$  равны  $126^\circ$  и  $130^\circ$  соответственно. Найдите градусную меру угла  $A$  треугольника  $ABC$ .

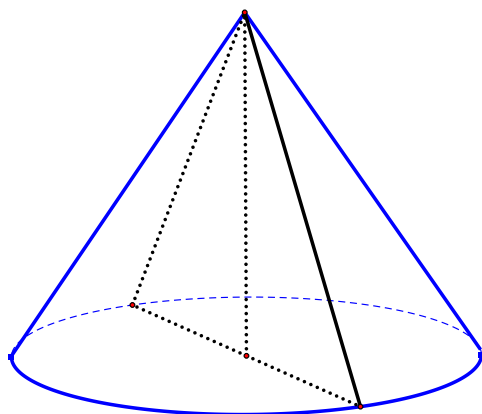


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{a}(-7;1)$  и  $\vec{b}(5;-5)$ . Найдите  $\cos \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Площадь основания конуса равна  $4\pi$ , высота – 3. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Игральную кость бросили дважды. В сумме выпало 7 очков. Найдите вероятность того, что при первом броске выпало не меньше 4 очков.

Ответ: \_\_\_\_\_.

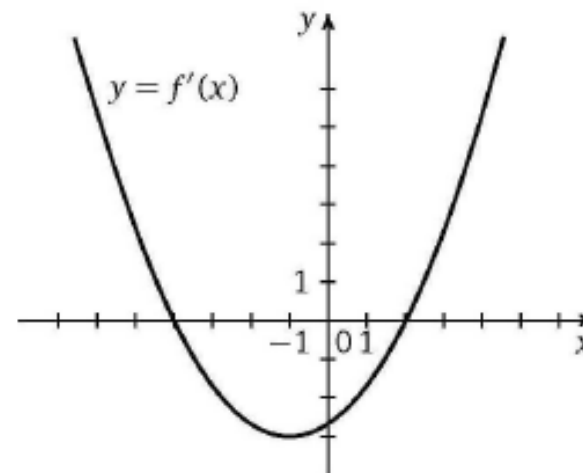
6. Решите уравнение  $\log_3(21 - x) = \log_3(x - 7) + 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[6]{72} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$ , где  $f'(x)$  – производная функции  $y = f(x)$ . В какой из точек  $-3$ ;  $-2$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $1$  значение функции наибольшее. В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 4 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 2 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 22$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 1,7$  – постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

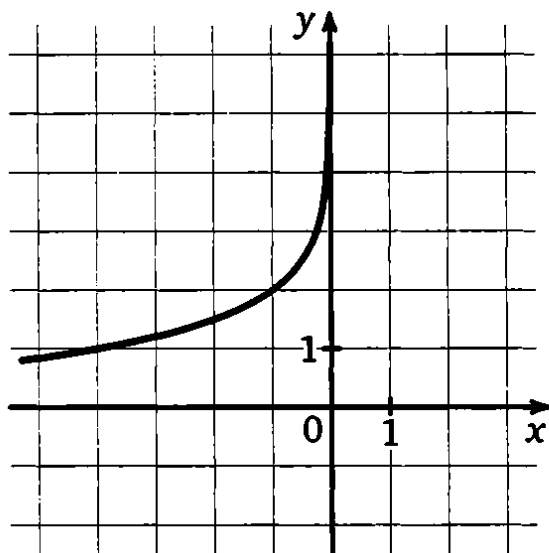
Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

10. Первые 200 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 180 км – со скоростью 90 км/ч, а затем 140 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = b + \log_a(-\frac{1}{x})$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 3$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку минимума функции  $y = (x^2 - 48x + 48) \cdot e^{x-48}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $4^{\log_2(-\cos x)} + 2^{-1,5} \cdot 3^{\log_9(2\sin^2 x)} = 1$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$ .

14. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 4, боковые ребра равны 6. Точка М – середина ребра  $CC_1$ , на ребре  $BB_1$  отмечена точка N, такая, что  $BN : NB_1 = 1 : 2$ .

а) Докажите, что плоскость AMN делит ребро  $DD_1$  в отношении 1:5, считая от точки D.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и AMN.

15. Решите неравенство:  $\frac{105}{(2^{4-x^2} - 1)^2} - \frac{22}{2^{4-x^2} - 1} + 1 \geq 0$

16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 1,25 млн рублей?

17. Окружность радиусом 6 вписана в треугольник ABC. Окружности с радиусами  $\frac{3}{2}$  и  $\frac{8}{3}$ , которые вписаны в углы треугольника A и C соответственно, касаются первой окружности внешним образом.

а) Докажите, что  $\operatorname{tg} A = \frac{24}{7}$ .

б) Найдите площадь треугольника ABC.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 7)^2 + (|y| - 7)^2 = 1, \\ y = ax + 1, \\ xy > 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Имеются три коробки: в первой — 97 камней, во второй — 104 камня, в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Может ли в первой коробке оказаться 97 камней, во второй — 89, в третьей — 15?

б) Может ли в третьей коробке оказаться 201 камень?

в) Известно, что в первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*