



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №61

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

*Справочные материалы*

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

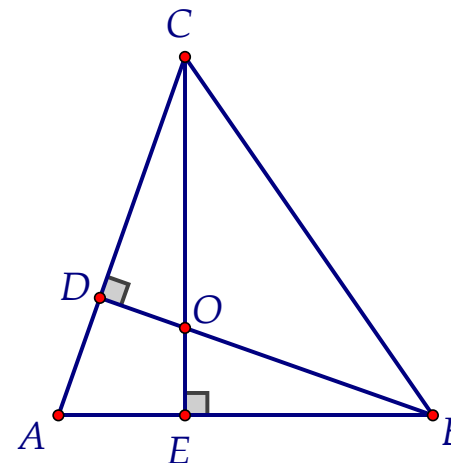
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В остроугольном треугольнике ABC угол A равен  $62^\circ$ , BD и CE – высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

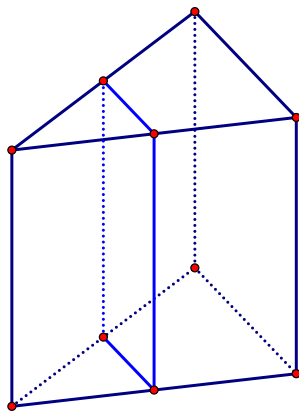


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны  $3\sqrt{2}$  и 6, а угол между ними  $45^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 47. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В группе туристов 10 человек. С помощью жребия они выбирают пятерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,45. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

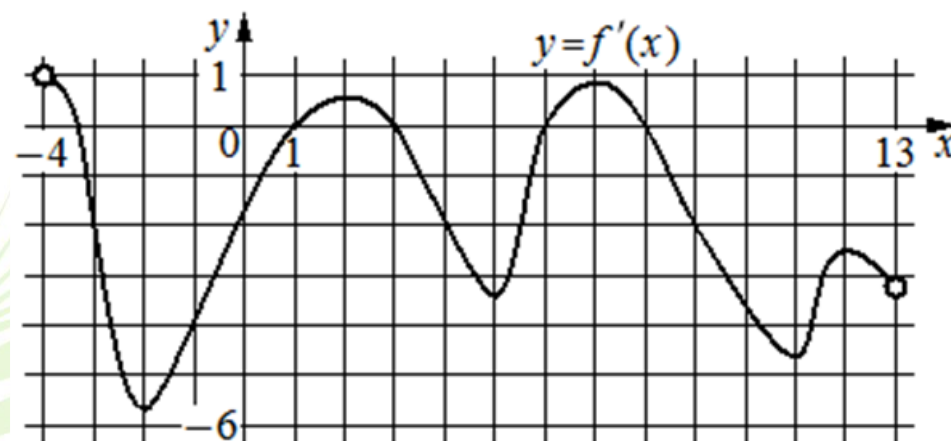
6. Решите уравнение  $(x + 4)^3 = -125$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\sqrt{18} \cos^2 \frac{7\pi}{8} - \sqrt{18} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 13)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 14$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 150 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка составит не менее 260 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: \_\_\_\_\_.

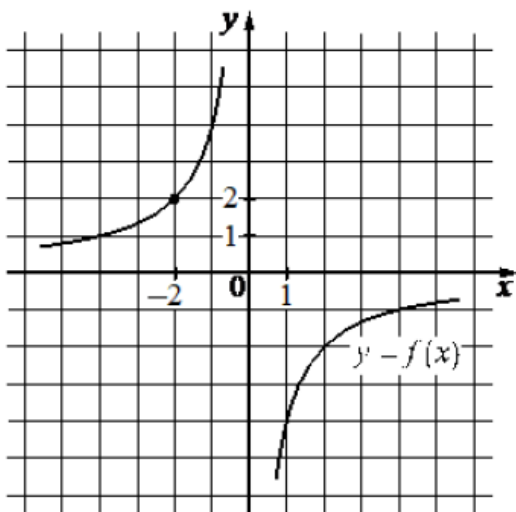
Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

10. Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x + 2) - 5x + 13$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

13. а) Решите уравнение  $\frac{\cos x}{\sin x - 1} = \sin x + 1$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

14. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 1.

а) Докажите, что угол между прямыми  $BE$  и  $A_1 D_1$  равен  $60^\circ$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $A_1 BE$  и  $A_1 B D_1$ .

15. Решите неравенство:  $\log_3(5 - x) + \log_3 \frac{1}{x} \geq \log_3 \left( \frac{1}{x} - x + 4 \right)$

16. 15 декабря планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 29 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 28-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
  - к 15-му числу 29-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Какой сумму (в тыс. рублей) планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1732 тысяч рублей?

17. В трапеции  $ABCD$  длина основания  $AD$  равна сумме длин боковой стороны  $AB$  и основания  $BC$ :  $AD = AB + BC$ . Биссектриса угла  $A$  этой трапеции пересекает сторону  $CD$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что прямые  $AK$  и  $CD$  перпендикулярны.

б) Найдите площадь трапеции  $ABCD$ , если известно, что  $AB = 10$ ,  $AK = 9$  и  $CK : DK = 2 : 3$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - xy - 6y + 6)\sqrt{y+2} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно 3 различных решения.

19. Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковой суммой чисел.

а) Является ли множество  $\{100; 101; 102; \dots; 199\}$  хорошим?

б) Является ли множество  $\{2; 4; 8; \dots; 2^{200}\}$  хорошим?

в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества  $\{3; 4; 5; 6; 8; 10; 12\}$ ?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

