



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №62

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 10 | - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

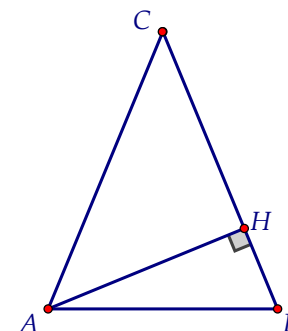
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

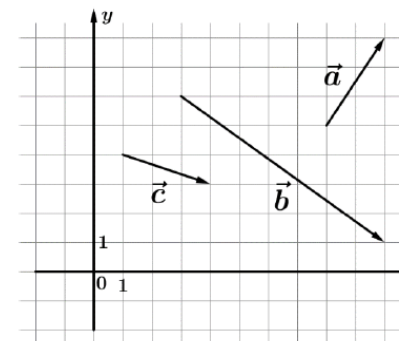
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC $AC=BC$, $AB=8$, AH – высота, $BH=2$. Найдите косинус угла BAC.



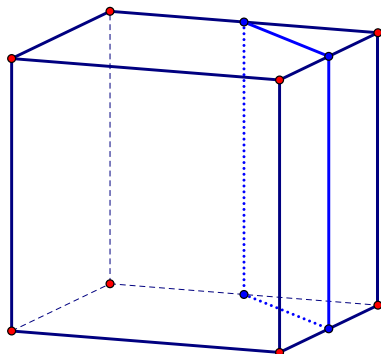
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} . Найдите длину вектора $1,3\vec{a} + \vec{b} - 3,2\vec{c}$.



Ответ: _____.

3. Объём куба равен 4. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: _____.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орлов выпало больше, чем решек.

Ответ: _____.

5. В коробке 10 синих, 3 красных и 12 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

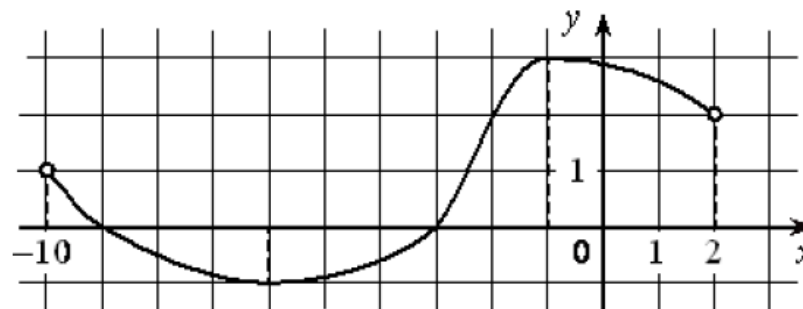
6. Решите уравнение $\sqrt{32+4x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Ответ: _____.

7. Найдите $4\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,5$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 2)$. Найдите точку из отрезка $[-9; -2]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

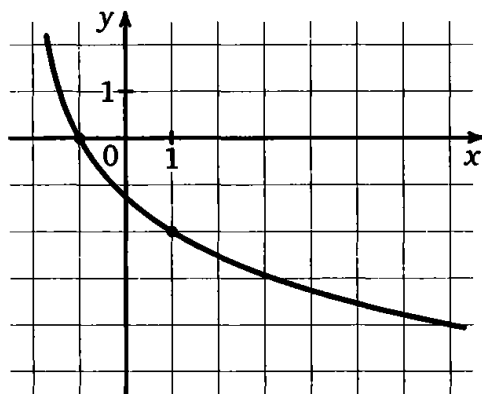
9. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $p \cdot V^\alpha = \text{const}$, где p – давление в газе (в Па), V – объём газа (в м^3), а const и α – постоянные величины. Найдите минимальное значение α , при котором уменьшение объёма газа в 16 раз приводит к увеличению давления не менее, чем в 32 раза.

Ответ: _____.

10. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 60 км/ч и 30 км/ч. Длина пассажирского поезда составляет 350 метров. Найдите длину скорого поезда, если поезда прошли мимо друг друга за 24 секунды. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите $f(79)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x^2 - 12x + 12) \cdot e^{12-x}$ на отрезке $[8; 13]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

14. На ребре CC_1 правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка M так, что $CM : MC_1 = 1 : 6$. Через точки M и D проведена плоскость α , параллельная прямой AC и пересекающая ребро BB_1 в точке N .

а) Докажите, что $B_1 N : NB = 5 : 2$.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α , если $AB = 5$, $AA_1 = 14$.

15. Решите неравенство: $3\log_7(x^2 - x - 6) - \log_7 \frac{(x+2)^3}{x-3} \leq 4$

16. В июле 2023 года взяли кредит в банке на сумму S млн рублей, где S – целое число, на 4 года. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

| Год | 2023 | 2024 | 2025 | 2026 | 2027 |
|-----------------|------|--------|--------|--------|------|
| Долг (млн.руб.) | S | $0,7S$ | $0,4S$ | $0,2S$ | 0 |

Найдите наименьшее значение S , чтобы общая сумма выплат была больше 20 млн рублей.

17. В окружности с центром O построен квадрат $KOFD$ так, что его вершина D лежит на окружности. Из точки B , диаметрально противоположной точке D , проведены две хорды AB и BC , проходящие через вершины K и F квадрата соответственно.

а) Докажите, что $AK : KB = 1 : 5$.

б) Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если радиус окружности равен 5.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_{x+1}(x+5-a)=2$$

имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $(-1;2]$.

19. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 14?

б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 900?

в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 123.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

