



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №63

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

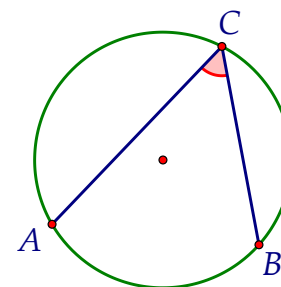
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

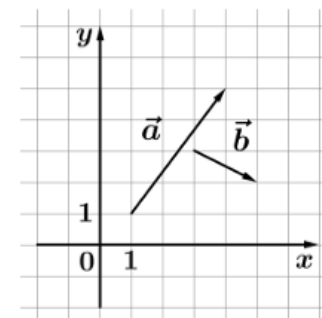
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. На окружности отмечены точки A, B и C. Дуга окружности AC, не содержащая точку B, составляет 125° . Дуга окружности BC, не содержащая точку A, составляет 79° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



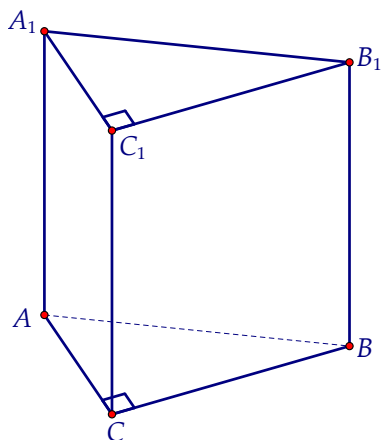
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$.



Ответ: _____.

3. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4, боковое ребро призмы равно 4. Найдите объём призмы.



Ответ: _____.

4. В фирме такси в наличии 60 легковых автомобилей; 27 из них чёрного цвета с жёлтыми надписями на боках, остальные – жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов придет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: _____.

5. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 815 г, равна 0,98. Вероятность того, что масса окажется больше 785 г, равна 0,86. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 785 г, но меньше 815 г.

Ответ: _____.

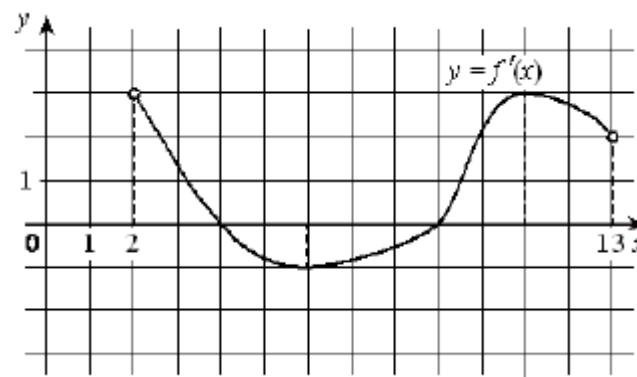
6. Решите уравнение $4^{\log_{16}(8x-4)} = 4$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} \sin^2 \frac{13\pi}{12}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(2;13)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

9. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика H (в м) вычисляется по формуле $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 24 \text{ м/с}$ — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). При каком наименьшем значении угла α мячик пролетит над стеной высотой 6,2 м на расстоянии 1 м? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

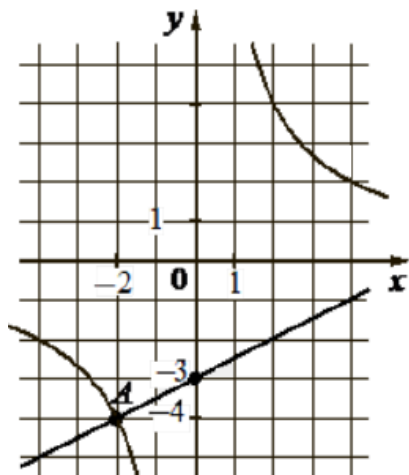
Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

10. Первая труба наполняет резервуар на 90 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 24 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций видов $g(x) = ax + b$ и $f(x) = \frac{k}{x}$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 484}{x}$ на отрезке $[2; 33]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

13. а) Решите уравнение $1 + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos 2x = 0$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 6, высота $SO = 4$. На апофеме ST грани BSC отмечена точка K так, что $SK = 2$. Плоскость γ параллельна прямой BC и содержит точки K и D .

а) Докажите, что расстояние от точки C до плоскости γ равно расстоянию от точки B до плоскости γ .

б) Найдите объем пирамиды, вершина которой – точка C , а основание – сечение данной пирамиды плоскостью γ .

15. Решите неравенство: $\log_3(x-1) \leq 4 - 9\log_{9(x-1)} 3$

16. 17 декабря Дмитрий Иванович планирует взять кредит 1100000 рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

– 3-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– с 4-го по 16-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 17-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 17-е число предыдущего месяца.

– к 17-му числу n -го месяца после получения кредита долг должен быть равен 380000 рублей.

– к 17-му числу $(n+1)$ -го месяца после получения кредита долг должен быть полностью погашен.

Найдите n , если общая сумма выплат после полного погашения кредита равна 1381200 рублей.

17. Отрезок BL является биссектрисой треугольника ABC . На продолжении его стороны AC за точку C взята точка M таким образом, что угол LBM прямой. Известно, что площади треугольников ABL и CBM равны 10 и 15 соответственно.

а) Докажите, что $AM : CM = AL : LC$.

б) Найдите площадь треугольника CBL .

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x} + \sqrt{2a - x} = a$$

имеет ровно 2 различных корня.

19. На доске написано 100 различных натуральных чисел с суммой 5120.

а) Может ли быть записано число 230?

б) Можно ли обойтись без числа 14?

в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 14, может быть на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

