



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №64

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

| 0 | - 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

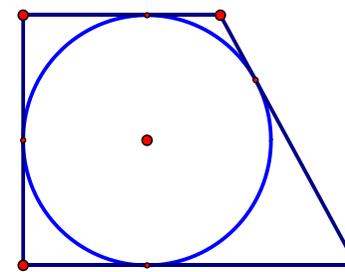
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 24, её большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.

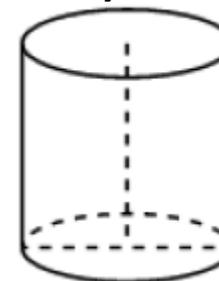


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(9; -6)$ и $\vec{b}(1; 9)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b}$.

Ответ: _____.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 16π, а диаметр основания равен 4. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: _____.

4. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,16. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

5. В ящике 7 красных и 9 синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Найдите вероятность того, что первые три извлеченных фломастера будут красными.

Ответ: _____.

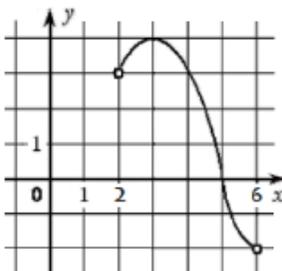
6. Решите уравнение $\log_4(3x+4) = 0,5 \cdot \log_2(x+10)$.

Ответ: _____.

7. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{9}{\sqrt{181}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале (2;6). Найдите корень уравнения $f'(x) = 0$.



Ответ: _____.

9. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой 192 Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c –

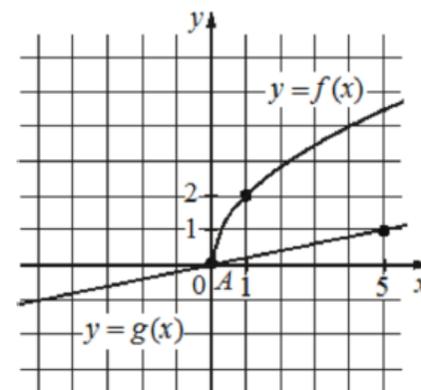
скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

10. Расстояние между пристанями А и В равно 198 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 46 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = (x-10)^2(x-4) + 2$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $3^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. Дан тетраэдр $ABCD$, на ребрах AC , AD , BD , BC отмечены точки K , L , M , N соответственно так, что $AK : KC = 3 : 7$, а $KLMN$ – квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что $BM : MD = 3 : 7$.

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости KLM , если известно, что объем тетраэдра $ABCD$ равен 50.

15. Решите неравенство: $(3^{x^2+4x-21} - 1) \cdot \log_3(3^{x^2-4x+5} - 2) \leq 0$

16. В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 3,3 млн руб. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 годах долг остаётся равен 3,3 млн руб.;

— платежи в 2030 и 2031 годах должны быть равны;

— к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите разницу между последним и первым платежами.

17. Две окружности касаются внутренним образом в точке K , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда MN большей окружности касается меньшей в точке C . Хорды KM и KN пересекают меньшую окружность в точках A и B соответственно, а отрезки KC и AB пересекаются в точке L .

а) Докажите, что $CN : CM = LB : LA$

б) Найдите длину хорды MN , если $LB : LA = 3 : 7$, а радиус меньшей окружности равен $\sqrt{17}$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (4a - 6)x + 4ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

19. На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись заканчивается на цифру 9. Сумма написанных чисел равна 877.

а) Может ли на доске быть ровно 27 четных числа?

б) Могут ли ровно 15 чисел на доске оканчиваться на 9?

в) Какое наибольшее количество чисел, оканчивающихся на 9, может быть на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.