



# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №65

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

*Справочные материалы*

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

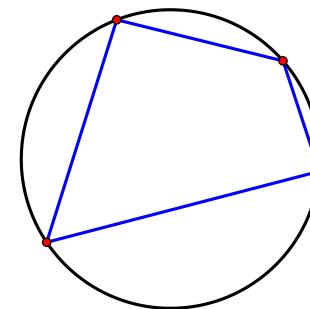
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

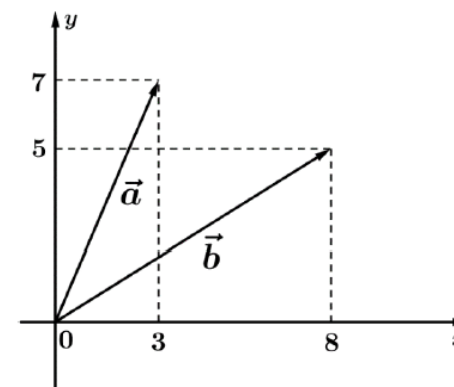
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Два угла вписанного в окружность четырёх- угольника равны  $81^\circ$  и  $83^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



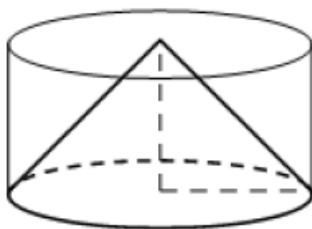
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна  $7\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,7. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_.

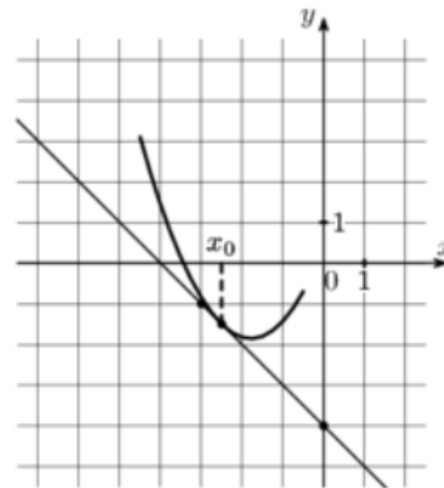
6. Решите уравнение  $81^{x-11} = \frac{1}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\frac{4 \sin(\alpha + 2\pi) - 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{2 \sin(\alpha - 2\pi)}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

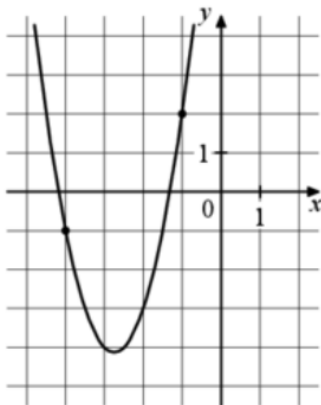
9. Наблюдатель находится на высоте  $h$  (в км). Расстояние  $l$  (в км) от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{2Rh}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 112 км? Ответ дайте в км.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 67% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 77% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = ax^2 + bx + 11$ .  
Найдите  $f(-0,5)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = 6\lg x - 6x + 6$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2.  
Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13. а) Решите уравнение  $2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos^2(\frac{\pi}{2} + x)$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 3\pi]$ .

14. В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 4.

а) Докажите, что угол между прямыми  $AD_1$  и  $DC_1$  прямой.

б) Найдите угол между плоскостями  $FAC_1$  и  $AA_1 D$ .

15. Решите неравенство:  $\frac{35 \cdot 3^x}{4 + 10 \cdot 3^x - 6 \cdot 3^{2x}} \geq \frac{3^x + 2}{3^{x+1} + 1} - \frac{3^{x+1} - 1}{3^x - 2}$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 1400 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
  - в июле 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 годов долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года;
  - в июле 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года;
  - к июлю 2035 года долг должен быть полностью погашен.
- Найдите платёж в 2026 году, если общая сумма выплат по кредиту составила 2120 тыс. рублей.

17. В трапеции  $ABCD$  с основанием  $AD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ ,  $AD = 2BC$ . Через вершину  $A$  проведена прямая параллельная диагонали  $BD$ , а через вершину  $D$  проведена прямая параллельная диагонали  $AC$ , и эти прямые пересекаются в точке  $E$ .

а) Докажите, что  $BO : AE = 1 : 2$ .

б) Прямые  $BE$  и  $CE$  пересекают сторону  $AD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $MN$ , если  $AD = 10$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 + y - x - 2) = |x| \cdot (x^2 + y^2 - y + x), \\ y = a(x + 2) \end{cases}$$

имеет ровно 3 различных решения.

19. В последовательности из 80 целых чисел каждое число (кроме первого и последнего) больше среднего арифметического соседних чисел. Первый и последний члены последовательности равны 0.

а) Может ли второй член такой последовательности быть отрицательным?

б) Может ли второй член такой последовательности быть равным 20?

в) Найдите наименьшее значение второго члена такой последовательности.

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

