



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №66

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

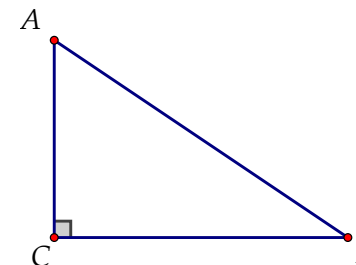
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

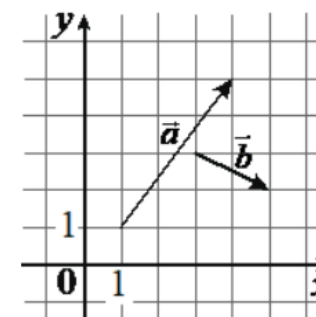
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 10$, $\operatorname{tg} A = \frac{12}{5}$. Найдите AB.



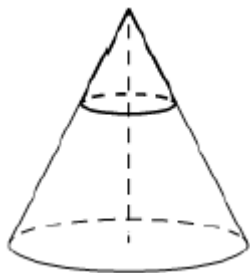
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$.



Ответ: _____.

3. Площадь полной поверхности конуса равна 15. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 2:3, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: _____.

4. В среднем из 1100 садовых насосов, поступивших в продажу, 44 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

5. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,1.

Ответ: _____.

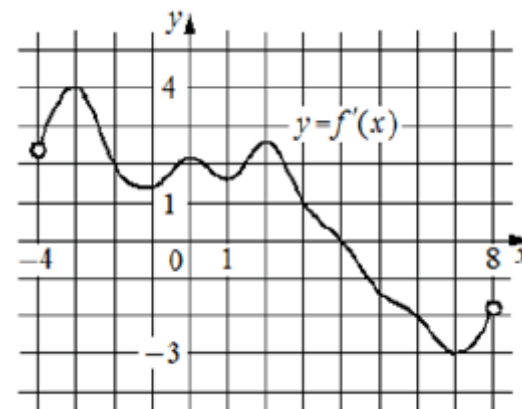
6. Решите уравнение $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-24} = \frac{1}{36}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{14^{6,4} \cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[1; 6]$.



Ответ: _____.

9. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 54$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление задаётся формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а для нормального функционирования

электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 36 Ом. Ответ выразите в омах.

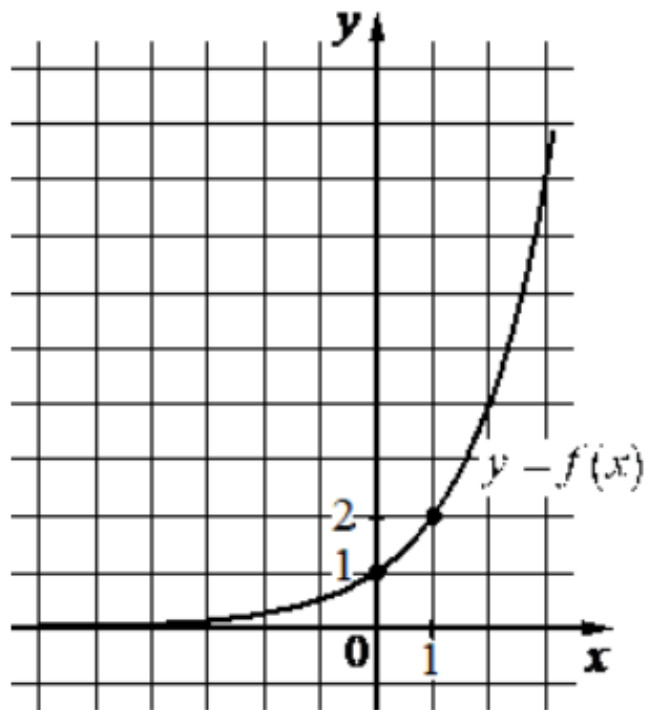
Ответ: _____.

Часть 2

10. Первые 200 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 180 км – со скоростью 90 км/ч, а затем 140 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x$. Найдите $f(7)$?



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+7) - 10x + 11$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $8\sin^2 x \cos^2 x + \sqrt{3} = \sqrt{3} \sin 2x + 4 \sin x \cos x$
б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[4\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$.

14. На ребре AB правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ отмечена точка Q , причём $AQ : QB = 1 : 2$. Точка P – середина ребра AS .

а) Докажите, что плоскость DPQ перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
б) Найдите площадь сечения DPQ , если площадь сечения DSB равна $6\sqrt{5}$.

15. Решите неравенство: $\log_{x-1} \frac{1}{8} > \log_{\frac{x-2}{x-3}} \frac{1}{8}$

16. Строительство нового завода стоит 125 млн рублей. Затраты на производство x тысяч единиц продукции на этом заводе равны $0,5x^2 + 4x + 1$ млн рублей в год. Если продукцию завода продавать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 4x + 1)$. Когда завод будет построен, то фирма каждый год будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. Через сколько полных лет производства окупится строительство завода, если первый год цена единицы продукции составит 8 тысяч рублей, а каждый последующий год цена будет увеличиваться на 1 тысячу рублей?

17. К двум непересекающимся окружностям равных радиусов проведены две параллельные общие касательные. Окружности касаются одной из этих прямых в точках А и В. Через точку С, лежащую на отрезке АВ, проведены касательные к этим окружностям, пересекающие вторую прямую в точках D и E, причём отрезки СА и CD касаются одной окружности, а отрезки СВ и CE — другой.

а) Докажите, что периметр треугольника CDE вдвое больше расстояния между центрами окружностей.

б) Найдите DE, если радиусы окружностей равны 5, расстояние между их центрами равно 18, а $AC = 8$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 4y = 2|x + 2y - 5|, \\ 2x - y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

19. Красный карандаш стоит 18 рублей, синий — 14 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 499 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на шесть.

а) Можно ли купить 30 карандашей?

б) Можно ли купить 33 карандаша?

в) Какое наибольшее число карандашей можно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

